

EC 04 02 SB 0104

MACHINES THERMIQUES

TRAVAUX DIRIGÉS

Histoire d'eau !

INTERVENANTS

Karl DELBÉ
Jean-Yves PARIS

Karl.Delbe@enit.fr
Jean-Yves.Paris@enit.fr

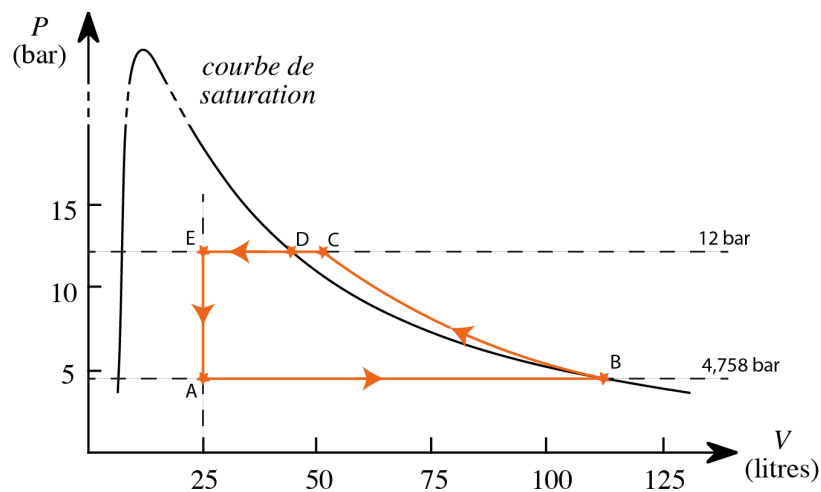
Histoire d'eau - correction

Un cylindre muni d'un piston contient une masse $m = 0,28 \text{ kg}$ (280 g) d'eau à la température $T_A = 150^\circ \text{C}$. Le volume initial du cylindre est $V_A = 0,025 \text{ m}^3$ (25 litres). Cette eau effectue un cycle $ABCDEA$ dont les transformations successives sont considérées comme réversibles.

- système : {eau}(fermé), $m = 0,28 \text{ kg}$
- modèle : {corps pur réel - Tables de la thermodynamique}

État A	$\xrightarrow[\text{isotherme}]{\text{Detente}}$	État B	$\xrightarrow[\text{adiabatique}]{\text{Compression}}$	État C
$V_A = 25 \text{ l}$		$V_B = ?$		$V_C = ?$
$P_A = ?$		$P_B = ?$		$P_C = 12 \text{ bars}$
$\theta_A = 150^\circ \text{C}$		$\theta_B = \theta_A$		$\theta_C = 250^\circ \text{C}$
$\xleftarrow[\text{isochore}]{\text{Refroidissement}}$	État E	$\xleftarrow[\text{isobare}]{\text{Compression}}$	État D	$\xleftarrow[\text{isobare}]{\text{Compression}}$
	$V_E = 25 \text{ l}$		$V_D = V_3 = ?$	
	$P_E = ?$		$P_D = ?$	
	$\theta_E = ?$		$\theta_D = ?$	

On complètera au fur et à mesure, à l'aide des tables thermodynamiques, les deux tableaux ainsi que le diagramme $P(V)$ ci-dessous. Aucune interpolation n'est nécessaire pour cet exercice. Dans les calculs, on se limitera à 4 chiffres significatifs.



État	A	B	C	D	E
Phase	Liq + vap	vap. sat.	vap. surch.	vap. sat.	Liq + vap
P (bars)	4,758	4,758	12,0	12	12
V (litres)	25	110	53,8	45,7	25
T (°C)	150	150	250	187,99	187,99
U (kJ)	298,3	716,7	757,2	724,9	495,6
H (kJ)	310,2	769,0	821,8	779,7	525,6

Énergie	AB (1)	BC (2)	CD (3)	DE (4)	EA (5)
W (kJ)	-40,5	40,5	9,7	24,8	0
Q (kJ)	458,8	0	-42,1	-254,1	-197,3

1. Montrer, grâce aux tables, qu'il s'agit au départ d'un équilibre liquide + vapeur. En déduire la pression P_A dans le cylindre, le titre en vapeur x_A , l'énergie interne U_A et l'enthalpie H_A du mélange.

Soit le volume massique de l'état A :

$$\nu_A = \frac{V_A}{m} = \frac{25 \cdot 10^{-3}}{280 \cdot 10^{-3}} = \boxed{0,08928 \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1}}$$

or d'après les tables de l'équilibre liquide-vapeur, on a :

$$\nu_l(150^\circ\text{C}) = 0,001091 \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \text{ et } \nu_v(150^\circ\text{C}) = 0,3928 \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1}$$

Par conséquent : $\boxed{\nu_l(150^\circ\text{C}) < \nu_A(150^\circ\text{C}) < \nu_v(150^\circ\text{C})}$, il s'agit donc d'un mélange liquide-vapeur, dont la pression est : $\boxed{P_A = P_s(150^\circ\text{C}) = 4,758 \text{ bars}}$.

Le titre en vapeur est déduit de la relation suivante :

$$x_A = \frac{\nu_A - \nu_l}{\nu_v - \nu_l} = \frac{0,08928 - 0,001091}{0,3928 - 0,001091} = \boxed{0,225}$$

À partir de ce titre on déduit successivement l'énergie interne et l'enthalpie de l'état A :

$$U_A = m u_A = m [(1-x_A) u_l + x_A u_v] = 0,28 [(1-0,225) 631,68 + 0,225 \cdot 2559,5] = \boxed{298,3 \text{ kJ}}$$

avec $u_l = 631,68 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$ et $u_v = 2559,5 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$.

$$H_A = m h_A = m [(1-x_A) h_l + x_A h_v] = 0,28 [(1-0,225) 632,20 + 0,225 \cdot 2746,5] = \boxed{310,2 \text{ kJ}}$$

avec $h_l = 632,20 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$ et $h_v = 2746,5 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$.

2. On augmente lentement le volume du récipient jusqu'à vaporisation complète de l'eau (détente isotherme AB). Déterminer par les tables, le volume V_B à la fin de la vaporisation (point B) son énergie interne U_B et son enthalpie H_B . En déduire le travail W_1 et la quantité de chaleur Q_1 échangés avec l'extérieur pendant cette transformation.

Comme l'état B correspond à une détente isotherme jusqu'à atteindre la vapeur saturée, on $\nu_B = \nu_v(150^\circ\text{C}) = 0,3928\text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1}$ par conséquent, on déduit la volume V_B :

$$V_B = m \nu_B = 0,28 \cdot 0,3928 = 0,110\text{ m}^3 \text{ soit } \boxed{110\text{ l}}.$$

On trouve immédiatement le travail W_1 :

$$W_1 = -P_A(V_B - V_A) = -4,758 \cdot 10^5 (0,110 - 0,025) = \boxed{-40,4\text{ kJ}}$$

Sachant que $u_B = u_v(150^\circ\text{C})$ et que $h_B = h_v(150^\circ\text{C})$, on obtient l'énergie interne et l'enthalpie de l'état B :

$$U_B = m u_B = 0,28 \cdot 2559,5 = \boxed{716,7\text{ kJ}}$$

$$H_B = m h_B = 0,28 \cdot 2746,5 = \boxed{769,0\text{ kJ}}$$

La vaporisation est réalisé à la pression $P_A = P_s(150^\circ\text{C})$, on calcule la quantité de chaleur échangée au cours de cette transformation à partir de la variation d'enthalpie entre les états A et B :

$$Q_1 = H_B - H_A = 769,0 - 310,2 = \boxed{458,8\text{ kJ}}$$

Nota bene : $s_B = s_v(150^\circ\text{C}) = 6,8379\text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$.

3. On comprime ensuite rapidement la vapeur jusqu'à une pression $P_C = 12\text{ bars}$ et une température $T_C = 250^\circ\text{C}$ (compression adiabatique BC). Montrer, toujours grâce aux tables, que l'on a à faire à une vapeur surchauffée et déterminer le volume V_C de la vapeur ainsi que son énergie interne U_C et son enthalpie H_C . En déduire le travail W_2 associé à cette transformation.

À 12 bars , la température de saturation est égale à $T_s(12\text{ bars}) = 187,99^\circ\text{C}$, or $T_C = 250^\circ\text{C}$ et donc $T_s(12\text{ bars}) < T_C$ ce qui implique que l'eau est sous forme de vapeur dans l'état C .

Autre raisonnement : À 250°C , la pression de saturation est égale à $P_s(250^\circ\text{C}) = 39,73\text{ bars}$, or $P_C = 12\text{ bars}$ et donc $P_s(250^\circ\text{C}) > P_C$ ce qui implique que l'eau est sous forme de vapeur dans l'état C .

Dans ces conditions, on déduit des tables de la vapeur surchauffée le volume massique et ainsi le volume de l'état C :

$$\nu_C = \nu(12 \text{ bars}, 250 \text{ }^\circ\text{C}) = 0,19233 \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1}$$

$$V_C = m \nu_C = 0,28 \cdot 0,19233 = \boxed{0,0538 \text{ m}^3}$$

De même, à partir des tables on déduit l'énergie interne massique et l'enthalpie massique de l'état C , soit : $u_C = u_v(12 \text{ bars}, 250 \text{ }^\circ\text{C}) = 2704,2 \text{ kJ.kg}^{-1}$ et que $h_C = h_v(12 \text{ bars}, 250 \text{ }^\circ\text{C}) = 2935,0 \text{ kJ.kg}^{-1}$. Ce qui permet de calculer l'énergie interne et l'enthalpie de l'état C :

$$U_C = m u_C = 0,28 \cdot 2704,2 = \boxed{757,2 \text{ kJ}}$$

$$H_C = m h_C = 0,28 \cdot 2935,0 = \boxed{821,8 \text{ kJ}}$$

La transformation BC étant adiabatique, $Q_{BC} = 0$ et donc $W_2 = W_{BC} = \Delta U_{BC}$. Par conséquent :

$$W_2 = U_C - U_B = 757,2 - 716,7 = \boxed{40,5 \text{ kJ}}$$

4. On refroidit ensuite le cylindre à pression constante jusqu'à apparition de la première goutte de liquide (compression isobare CD). Déterminer de nouveau, la température T_D et le volume V_D ainsi que U_D et H_D . En déduire le travail W_3 et la quantité de chaleur Q_3 au cours de la transformation CD .

Sachant que dans l'état D , la pression P_D est égale à la pression $P_C = 12 \text{ bars}$ et que l'eau est sous forme de vapeur saturée, on déduit de la table de l'équilibre liquide-vapeur la température de saturation : $P_s(12 \text{ bars}) = 187,99 \text{ }^\circ\text{C}$. On peut également déduire $\nu_D = \nu_v(12 \text{ bars})$, $u_D = u_v(12 \text{ bars})$ et $h_D = h_v(12 \text{ bars})$:

$$\nu_D = \nu_v(12 \text{ bars}) = 0,16333 \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1}$$

$$u_D = u_v(12 \text{ bars}) = 2588,8 \text{ kJ.kg}^{-1}$$

$$h_D = h_v(12 \text{ bars}) = 2784,8 \text{ kJ.kg}^{-1}$$

Ce qui permet de calculer respectivement V_D , U_D et H_D :

$$V_D = m \nu_D = 0,28 \cdot 0,16333 = \boxed{0,0457 \text{ m}^3} \text{ soit } 45,7 \text{ l.}$$

$$U_D = m u_D = 0,28 \cdot 2588,8 = \boxed{724,9 \text{ kJ}}$$

$$H_D = m h_D = 0,28 \cdot 2784,8 = \boxed{779,7 \text{ kJ}}$$

Les calculs du travail et de la quantité de chaleur échangés par le système sont alors déduits :

$$W_3 = -P_D(V_D - V_C) = -12 \cdot 10^5 (0,0457 - 0,0538) = \boxed{97 \text{ kJ}}$$

$$Q_3 = H_D - H_C = 779,7 - 821,8 = \boxed{-42,1 \text{ kJ}}$$

5. On poursuit la compression isobare pour revenir au volume initial $V_E = 0,025 \text{ m}^3$ (compression isobare DE) qui entraîne la condensation d'une partie de la vapeur. Déterminer le titre x_E ainsi que l'énergie interne U_E et l'enthalpie H_E du mélange. En déduire le travail W_4 et la quantité de chaleur Q_4 échangés.

Le volume massique de l'état E est équivalent au volume massique de l'état A car la transformation EA est isochore :

$$\nu_E = \nu_A = \boxed{0,0892 \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1}}$$

On note que $\nu_l(187,99^\circ\text{C}) < \nu_E(187,99^\circ\text{C}) < \nu_v(187,99^\circ\text{C})$
avec $\nu_l(187,99^\circ\text{C}) = 0,001139 \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1}$
et $\nu_v(187,99^\circ\text{C}) = 0,166333 \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1}$.

Le titre en vapeur est déduit de la relation suivante :

$$x_E = \frac{\nu_E - \nu_l}{\nu_v - \nu_l} = \frac{0,08928 - 0,001139}{0,166333 - 0,001139} = \boxed{0,543}$$

On déduit successivement l'énergie interne et l'enthalpie de l'état E :

$$\begin{aligned} U_E &= m u_E = m [(1 - x_E) u_l + x_E u_v] \\ &= 0,28 [(1 - 0,543) 797,29 + 0,543 \cdot 2588,8] = \boxed{495,6 \text{ kJ}} \end{aligned}$$

avec $u_l = 797,29 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$ et $u_v = 2588,8 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$.

$$\begin{aligned} H_A &= m h_E = m [(1 - x_E) h_l + x_E h_v] \\ &= 0,28 [(1 - 0,543) 798,65 + 0,543 \cdot 2784,8] = \boxed{525,6 \text{ kJ}} \end{aligned}$$

avec $h_l = 798,65 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$ et $h_v = 2784,8 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$.

On déduit le travail et de la quantité de chaleur échangés par le système :

$$W_4 = -P_E(V_E - V_D) = -12 \cdot 10^5 (0,025 - 0,0457) = \boxed{24,8 \text{ kJ}}$$

$$Q_4 = H_E - H_D = 525,6 - 779,7 = \boxed{-254,1 \text{ kJ}}$$

6. On referme enfin le cycle en revenant au point de départ en refroidissant le cylindre à volume constant (transformation isochore EA). Déterminer la quantité de chaleur Q_5 échangée pendant cette opération.

La transformation EA est isochore, par conséquent $W_5 = 0$ et $Q_5 = \Delta U_{EA}$, soit :

$$Q_5 = U_A - U_E = 298,3 - 495,6 = \boxed{-197,3 \text{ kJ}}$$

7. Calculer enfin le travail total W et la quantité de chaleur totale Q échangés au cours du cycle $ABCDEA$. Ce cycle est-il moteur ou récepteur ?

Le travail total est égale à la somme des travaux échangée au cours des 5 transformations :

$$W_t = \sum_i W_i = -40,5 + 40,5 + 9,7 + 24,8 = \boxed{34,5 \text{ kJ}}$$

W_t est positif par conséquent le cycle est récepteur. De même pour la quantité de chaleur :

$$Q_t = \sum_i Q_i = 458,8 - 42,1 - 254,1 - 197,3 = \boxed{-34,7 \text{ kJ}}$$

On note que $W_t \approx -Q_t$. Il s'agit d'un système réalisant un cycle de transformations, il vient donc que $\Delta U_{cycle} = 0$