

---

ÉCOLE NATIONALE D'INGÉNIEURS DE TARBES

Année 2020-2021

Semestre 4

EC 04 02 SB 0104

MACHINES THERMIQUES

TRAVAUX DIRIGÉS  
Histoire d'eau !

---

INTERVENANTS

Karl DELBÉ  
Jean-Yves PARIS

Karl.Delbe@enit.fr  
Jean-Yves.Paris@enit.fr

---

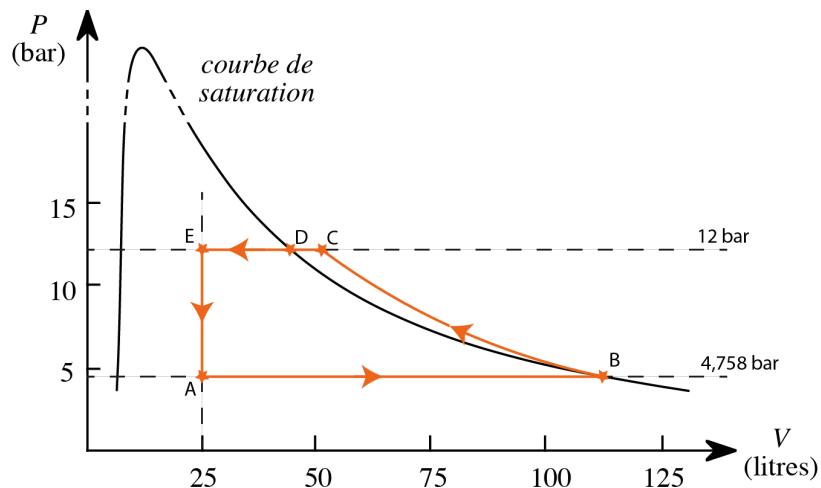
## Histoire d'eau - correction

Un cylindre muni d'un piston contient une masse  $m = 0,28 \text{ kg}$  (280 g) d'eau à la température  $T_A = 150^\circ \text{C}$ . Le volume initial du cylindre est  $V_A = 0,025 \text{ m}^3$  (25 litres). Cette eau effectue un cycle ABCDEA dont les transformations successives sont considérées comme réversibles.

- système : {eau}(fermé),  $m = 0,28 \text{ kg}$
- modèle : {corps pur réel - Tables de la thermodynamique}

État A	$\xrightarrow[\text{isotherme}]{\text{Détente}}$	État B	$\xrightarrow[\text{adiabatique}]{\text{Compression}}$	État C
$V_A = 25 \text{ l}$		$V_B = ?$		$V_C = ?$
$P_A = ?$		$P_B = ?$		$P_C = 12 \text{ bars}$
$\theta_A = 150^\circ \text{C}$		$\theta_B = \underline{\theta_A}$		$\theta_C = 250^\circ \text{C}$
	$\xleftarrow[\text{isochore}]{\text{Refroidissement}}$	État E	$\xleftarrow[\text{isobare}]{\text{Compression}}$	$\xleftarrow[\text{isobare}]{\text{Compression}}$
		$V_E = 25 \text{ l}$		$V_D = V_3 = ?$
		$P_E = ?$		$P_D = ?$
		$\theta_E = ?$		$\theta_D = ?$

On complètera au fur et à mesure, à l'aide des tables thermodynamiques, les deux tableaux ainsi que le diagramme  $P(V)$  ci-dessous. Aucune interpolation n'est nécessaire pour cet exercice. Dans les calculs, on se limitera à 4 chiffres significatifs.



État	A	B	C	D	E
Phase	Liq + vap	vap. sat.	vap. surch.	vap. sat.	Liq + vap
$P$ (bars)	<b>4,758</b>	<b>4,758</b>	12,0	<b>12</b>	<b>12</b>
$V$ (litres)	25	<b>110</b>	<b>53,8</b>	<b>45,7</b>	<b>25</b>
$T$ (°C)	150	<b>150</b>	250	<b>187,99</b>	<b>187,99</b>
$U$ (kJ)	<b>298,3</b>	<b>716,7</b>	<b>757,2</b>	<b>724,9</b>	<b>495,6</b>
$H$ (kJ)	<b>310,2</b>	<b>769,0</b>	<b>821,8</b>	<b>779,7</b>	<b>525,6</b>
Énergie	<i>AB</i> (1)	<i>BC</i> (2)	<i>CD</i> (3)	<i>DE</i> (4)	<i>EA</i> (5)
$W$ (kJ)	<b>-40,5</b>	<b>40,5</b>	<b>9,7</b>	<b>24,8</b>	<b>0</b>
$Q$ (kJ)	<b>458,8</b>	<b>0</b>	<b>-42,1</b>	<b>-254,1</b>	<b>-197,3</b>

- Montrer, grâce aux tables, qu'il s'agit au départ d'un équilibre liquide + vapeur. En déduire la pression  $P_A$  dans le cylindre, le titre en vapeur  $x_A$ , l'énergie interne  $U_A$  et l'enthalpie  $H_A$  du mélange.

Soit le volume massique de l'état A :

$$\nu_A = \frac{V_A}{m} = \frac{25 \cdot 10^{-3}}{280 \cdot 10^{-3}} = [0,08928 \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1}]$$

or d'après les tables de l'équilibre liquide-vapeur, on a :

$$\nu_l(150 \text{ °C}) = 0,001091 \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \text{ et } \nu_v(150 \text{ °C}) = 0,3928 \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1}$$

Par conséquent :  $\nu_l(150 \text{ °C}) < \nu_A(150 \text{ °C}) < \nu_v(150 \text{ °C})$ , il s'agit donc d'un mélange liquide-vapeur, dont la pression est :  $P_A = P_s(150 \text{ °C}) = 4,758 \text{ bars}$ .

Le titre en vapeur est déduit de la relation suivante :

$$x_A = \frac{\nu_A - \nu_l}{\nu_v - \nu_l} = \frac{0,08928 - 0,001091}{0,3928 - 0,001091} = [0,225]$$

À partir de ce titre on déduit successivement l'énergie interne et l'enthalpie de l'état A :

$$U_A = m u_A = m [(1-x_A) u_l + x_A u_v] = 0,28 [(1-0,225) 631,68 + 0,225 \cdot 2559,5] = [298,3 \text{ kJ}]$$

avec  $u_l = 631,68 \text{ kJ.kg}^{-1}$  et  $u_v = 2559,5 \text{ kJ.kg}^{-1}$ .

$$H_A = m h_A = m [(1-x_A) h_l + x_A h_v] = 0,28 [(1-0,225) 632,20 + 0,225 \cdot 2746,5] = [310,2 \text{ kJ}]$$

avec  $h_l = 632,20 \text{ kJ.kg}^{-1}$  et  $h_v = 2746,5 \text{ kJ.kg}^{-1}$ .

2. On augmente lentement le volume du récipient jusqu'à vaporisation complète de l'eau (détente isotherme AB). Déterminer par les tables, le volume  $V_B$  à la fin de la vaporisation (point B) son énergie interne  $U_B$  et son enthalpie  $H_B$ . En déduire le travail  $W_1$  et la quantité de chaleur  $Q_1$  échangés avec l'extérieur pendant cette transformation.

Comme l'état B correspond à une détente isotherme jusqu'à atteindre la vapeur saturée, on  $\nu_B = \nu_v(150 \text{ } ^\circ\text{C}) = 0,3928 \text{ } \text{m}^3 \cdot \text{kg}^{-1}$  par conséquent, on déduit la volume  $V_B$  :

$$V_B = m \nu_B = 0,28 \cdot 0,3928 = 0,110 \text{ } \text{m}^3 \text{ soit } \boxed{110 \text{ l.}}$$

On trouve immédiatement le travail  $W_1$  :

$$W_1 = -P_A(V_B - V_A) = -4,758 \cdot 10^5 (0,110 - 0,025) = \boxed{-40,4 \text{ kJ}}$$

Sachant que  $u_B = u_v(150 \text{ } ^\circ\text{C})$  et que  $h_B = h_v(150 \text{ } ^\circ\text{C})$ , on obtient l'énergie interne et l'enthalpie de l'état B :

$$U_B = m u_B = 0,28 \cdot 2559,5 = \boxed{716,7 \text{ kJ}}$$

$$H_B = m h_B = 0,28 \cdot 2746,5 = \boxed{769,0 \text{ kJ}}$$

La vaporisation est réalisé à la pression  $P_A = P_s(150 \text{ } ^\circ\text{C})$ , on calcule la quantité de chaleur échangée au cours de cette transformation à partir de la variation d'enthalpie entre les états A et B :

$$Q_1 = H_B - H_A = 769,0 - 310,2 = \boxed{458,8 \text{ kJ}}$$

Nota bene :  $s_B = s_v(150 \text{ } ^\circ\text{C}) = 6,8379 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ .

3. On comprime ensuite rapidement la vapeur jusqu'à une pression  $P_C = 12 \text{ bars}$  et une température  $T_C = 250 \text{ } ^\circ\text{C}$  (compression adiabatique BC). Montrer, toujours grâce aux tables, que l'on a à faire à une vapeur surchauffée et déterminer le volume  $V_C$  de la vapeur ainsi que son énergie interne  $U_C$  et son enthalpie  $H_C$ . En déduire le travail  $W_2$  associé à cette transformation.

À 12 bars, la température de saturation est égale à  $T_s(12 \text{ bars}) = 187,99 \text{ } ^\circ\text{C}$ , or  $T_C = 250 \text{ } ^\circ\text{C}$  et donc  $T_s(12 \text{ bars}) < T_C$  ce qui implique que l'eau est sous forme de vapeur dans l'état C.

Autre raisonnement : À 250 °C, la pression de saturation est égale à  $P_s(250 \text{ } ^\circ\text{C}) = 39,73 \text{ bars}$ , or  $P_C = 12 \text{ bars}$  et donc  $P_s(250 \text{ } ^\circ\text{C}) > P_C$  ce qui implique que l'eau est sous forme de vapeur dans l'état C.

Dans ces conditions, on déduit des tables de la vapeur surchauffée le volume massique et ainsi le volume de l'état  $C$  :

$$\nu_C = \nu(12 \text{ bars}, 250^\circ\text{C}) = 0,19233 \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1}$$

$$V_C = m \nu_C = 0,28 \cdot 0,19233 = \boxed{0,0538 \text{ m}^3}$$

De même, à partir des tables on déduit l'énergie interne massique et l'enthalpie massique de l'état  $C$ , soit :  $u_C = u_v(12 \text{ bars}, 250^\circ\text{C}) = 2704,2 \text{ kJ.kg}^{-1}$  et que  $h_C = h_v(12 \text{ bars}, 250^\circ\text{C}) = 2935,0 \text{ kJ.kg}^{-1}$ . Ce qui permet de calculer l'énergie interne et l'enthalpie de l'état  $C$  :

$$U_C = m u_C = 0,28 \cdot 2704,2 = \boxed{757,2 \text{ kJ}}$$

$$H_C = m h_C = 0,28 \cdot 2935,0 = \boxed{821,8 \text{ kJ}}$$

La transformation  $BC$  étant adiabatique,  $Q_{BC} = 0$  et donc  $W_2 = W_{BC} = \Delta U_{BC}$ . Par conséquent :

$$W_2 = U_C - U_B = 757,2 - 716,7 = \boxed{40,5 \text{ kJ}}$$

4. *On refroidit ensuite le cylindre à pression constante jusqu'à apparition de la première goutte de liquide (compression isobare  $CD$ ). Déterminer de nouveau, la température  $T_D$  et le volume  $V_D$  ainsi que  $U_D$  et  $H_D$ . En déduire le travail  $W_3$  et la quantité de chaleur  $Q_3$  au cours de la transformation  $CD$ .*

Sachant que dans l'état  $D$ , la pression  $P_D$  est égale à la pression  $P_C = 12 \text{ bars}$  et que l'eau est sous forme de vapeur saturée, on déduit de la table de l'équilibre liquide-vapeur la température de saturation :  $P_s(12 \text{ bars}) = 187,99^\circ\text{C}$ . On peut également déduire  $\nu_D = \nu_v(12 \text{ bars})$ ,  $u_D = u_v(12 \text{ bars})$  et  $h_D = h_v(12 \text{ bars})$  :

$$\nu_D = \nu_v(12 \text{ bars}) = 0,16333 \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1}$$

$$u_D = u_v(12 \text{ bars}) = 2588,8 \text{ kJ.kg}^{-1}$$

$$h_D = h_v(12 \text{ bars}) = 2784,8 \text{ kJ.kg}^{-1}$$

Ce qui permet de calculer respectivement  $V_D$ ,  $U_D$  et  $H_D$  :

$$V_D = m \nu_B = 0,28 \cdot 0,16333 = \boxed{0,0457 \text{ m}^3} \text{ soit } 45,7 \text{ l.}$$

$$U_D = m u_D = 0,28 \cdot 2588,8 = \boxed{724,9 \text{ kJ}}$$

$$H_D = m h_D = 0,28 \cdot 2784,8 = \boxed{779,7 \text{ kJ}}$$

Les calculs du travail et de la quantité de chaleur échangés par le système sont alors déduits :

$$W_3 = -P_D(V_D - V_C) = -12 \cdot 10^5 (0,0457 - 0,0538) = \boxed{97 \text{ kJ}}$$

$$Q_3 = H_D - H_C = 779,7 - 821,8 = \boxed{-42,1 \text{ kJ}}$$

5. On poursuit la compression isobare pour revenir au volume initial  $V_E = 0,025 \text{ m}^3$  (compression isobare  $DE$ ) qui entraîne la condensation d'une partie de la vapeur. Déterminer le titre  $x_E$  ainsi que l'énergie interne  $U_E$  et l'enthalpie  $H_E$  du mélange. En déduire le travail  $W_4$  et la quantité de chaleur  $Q_4$  échangés.

Le volume massique de l'état E est équivalent au volume massique de l'état A car la transformation  $EA$  est isochore :

$$\nu_E = \nu_A = [0,08928 \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1}]$$

On note que  $\nu_l(187,99^\circ\text{C}) < \nu_E(187,99^\circ\text{C}) < \nu_v(187,99^\circ\text{C})$   
avec  $\nu_l(187,99^\circ\text{C}) = 0,001139 \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1}$   
et  $\nu_v(187,99^\circ\text{C}) = 0,166333 \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1}$ .

Le titre en vapeur est déduit de la relation suivante :

$$x_E = \frac{\nu_E - \nu_l}{\nu_v - \nu_l} = \frac{0,08928 - 0,001139}{0,166333 - 0,001139} = [0,543]$$

On déduit successivement l'énergie interne et l'enthalpie de l'état E :

$$\begin{aligned} U_E &= m u_E = m [(1 - x_E) u_l + x_E u_v] \\ &= 0,28 [(1 - 0,543) 797,29 + 0,543 \cdot 2588,8] = [495,6 \text{ kJ}] \end{aligned}$$

avec  $u_l = 797,29 \text{ kJ.kg}^{-1}$  et  $u_v = 2588,8 \text{ kJ.kg}^{-1}$ .

$$\begin{aligned} H_A &= m h_E = m [(1 - x_E) h_l + x_E h_v] \\ &= 0,28 [(1 - 0,543) 798,65 + 0,543 \cdot 2784,8] = [525,6 \text{ kJ}] \end{aligned}$$

avec  $h_l = 798,65 \text{ kJ.kg}^{-1}$  et  $h_v = 2784,8 \text{ kJ.kg}^{-1}$ .

On déduit le travail et de la quantité de chaleur échangés par le système :

$$W_4 = -P_E(V_E - V_D) = -12 \cdot 10^5 (0,025 - 0,0457) = [24,8 \text{ kJ}]$$

$$Q_4 = H_E - H_D = 525,6 - 779,7 = [-254,1 \text{ kJ}]$$

6. On referme enfin le cycle en revenant au point de départ en refroidissant le cylindre à volume constant (transformation isochore  $EA$ ). Déterminer la quantité de chaleur  $Q_5$  échangée pendant cette opération.

La transformation  $EA$  est isochore, par conséquent  $W_5 = 0$  et  $Q_5 = \Delta U_{EA}$ , soit :

$$Q_5 = U_A - U_E = 298,3 - 495,6 = [-197,3 \text{ kJ}]$$

7. Calculer enfin le travail total  $W$  et la quantité de chaleur totale  $Q$  échangés au cours du cycle  $ABCDEA$ . Ce cycle est-il moteur ou récepteur ?

Le travail total est égale à la somme des travaux échangée au cours des 5 transformations :

$$W_t = \sum_i W_i = -40,5 + 40,5 + 9,7 + 24,8 = \boxed{34,5 \text{ kJ}}$$

$W_t$  est positif par conséquent le cycle est récepteur. De même pour la quantité de chaleur :

$$Q_t = \sum_i Q_i = 458,8 - 42,1 - 254,1 - 197,3 = \boxed{-34,7 \text{ kJ}}$$

On note que  $W_t \approx -Q_t$ . Il s'agit d'un système réalisant un cycle de transformations, il vient donc que  $\Delta U_{cycle} = 0$