École Nationale d'Ingénieurs de Tarbes

Année 2019-2020 Semestre 4

EC 04 02 SB 0104

MACHINES THERMIQUES

TRAVAUX DIRIGÉS

Correction du cycle Diesel

Intervenants

Karl DELBÉ Karl.Delbe@enit.fr

Jean-Yves PARIS Jean-Yves.Paris@enit.fr

Cycle Diesel

Le moteur d'un véhicule automobile au gazole est un moteur atmosphérique qui fonctionne par autoallumage (sans bougie) du carburant (inflammation spontanée du gazole finement pulvérisé injecté dans de l'air fortement comprimé et chaud).

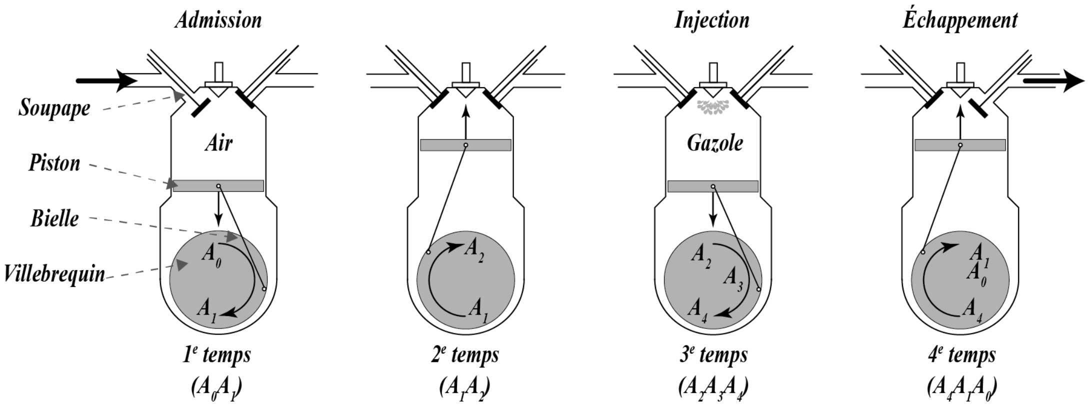

Figure 1 – Représentation des 4 temps du cycle Diesel.

Le fonctionnement de ce moteur est représenté par le cycle théorique idéal de Diesel qui suit les quatre temps suivants :

— 1^{er} temps (admission A_0A_1) : ouverture de la soupape d'admission et aspiration d'air (seul) dans le cylindre à pression constante (pression atmosphérique) par la descente du piston entraîné par le vilebrequin.

— 2^e temps (compression A_1A_2) : compression adiabatique de l'air par la remontée du piston (A_1A_2).

— 3^e temps (détente $A_2A_3A_4$, temps moteur) : injection progressive du gazole pulvérisé en fines gouttelettes provoquant l'inflammation spontanée du mélange air / gazole. Cette combustion se produit à pression relativement constante (isobare A_2A_3). Les gaz se détendent ensuite en poussant le piston vers le bas et entraîne le vilebrequin (détente adiabatique A_3A_4).

— 4^e temps (échappement $A_4A_1A_0$) : ouverture de la soupape d'échappement ramenant les gaz brûlés instantanément à la pression initiale (isochore A_4A_1). Les gaz sont alors refoulés par la remontée du piston (isobare A_1A_0).

On considèrera que :

— Toutes les transformations sont supposées quasi statiques.

— L'air est assimilé à un gaz parfait de masse molaire $M = 29$ g/mol, de capacité thermique massique à pression constante $c_P = 1$ kJ/(kg · K) avec $\gamma = \frac{c_P}{c_V} = 1{,}4$ et $R = 8{,}31$ J/(mol·K).

— La quantité de carburant injectée est faible devant la quantité d'air et que la combustion du carburant ne modifie pas cette quantité d'air, autrement dit le gaz circulant dans ce moteur sera considéré comme une même quantité d'air seul tout au long du cycle.

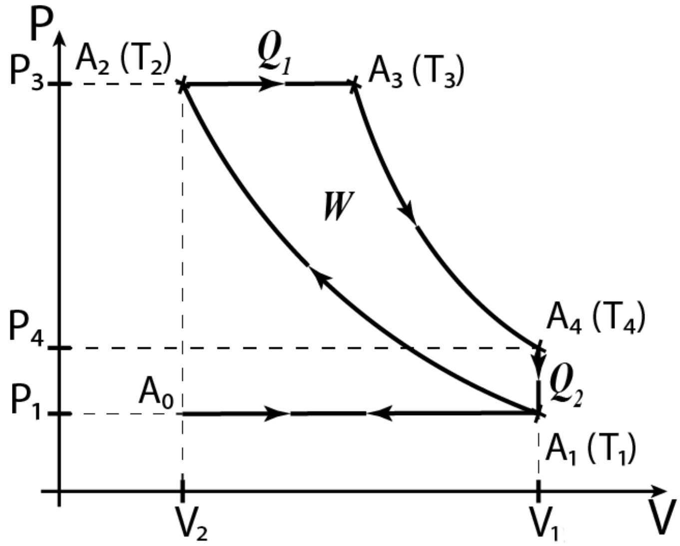

FIGURE 2 – Diagramme de Clapeyron du cycle Diesel.

1. **Étude générale du cycle**

En début de compression (point A_1), l'air admis dans le moteur est à la pression $P_1 = 1$ bar et à la température $T_1 = 293$ K (20 ° C). Le taux de compression (rapport volumétrique : $\frac{V_1}{V_2}$) est $a = 15$ et le taux de détente (rapport volumétrique $\frac{V_1}{V_3}$) est $b = 5$.

- Système : {air}(système fermé), $M = 29$ g/mol et $c_P = 1$ kJ/(kg · K)
- Modèle : {Gaz parfait}, $\gamma = 1{,}4 = \frac{7}{5}$ et $R = 8{,}31$ J/(mol·K)
- Machine : {Moteur termique}
- Cycle : {Diesel}

État A_1	$\xrightarrow[adiabatique]{compression}$	État A_2
P_1=1 bar= 10^5 Pa		$P_2 = ?$
T_1=293 K		$T_2 = ?$
V_1= $15 \cdot V_2 = 5 \cdot V_3$		V_2= $\frac{V_1}{15}$

a) Déterminer la pression P_2 et la température T_2 en fin de compression (point A_2).

D'après le relation de Laplace,

$$PV^\gamma = cste\,^{1} \tag{1}$$

donc

$$P_1 V_1^\gamma = P_2 V_2^\gamma \text{ et } P_2 = P_1 \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^\gamma$$

Ce qui donne

$$\boxed{P_2 = P_1\, a^\gamma}$$

Application numérique :

$$P_2 = 10^5 \times 15^{\frac{7}{5}} = 4\,431\,265 \text{ Pa} = \boxed{44,31 \text{ bars}}$$

Pour déterminer T_2, il est possible de modifier la relation de la Laplace (eq. 1) pour l'exprimer en fonction de la température et de la pression, comme :

$$PV = nRT$$

donc

$$V = \frac{nRT}{P}$$

d'où

$$PV^\gamma = P\left(\frac{nRT}{P}\right)^\gamma = \frac{P}{P^\gamma} \cdot T^\gamma\,(nR)^\gamma = cste$$

Comme $(nR)^\gamma$ est constant, puisque le système est fermé, alors

$$P^{1-\gamma} T^\gamma = cste\,^{2} \text{ ainsi, } P_1^{1-\gamma} T_1^\gamma = P_2^{1-\gamma} T_2^\gamma$$

ce qui donne

$$T_2^\gamma = T_1^\gamma \frac{P_1^{1-\gamma}}{P_2^{1-\gamma}} = T_1^\gamma \left(\frac{P_1}{P_2}\right)$$

ou encore

$$\boxed{T_2 = T_1 \left(\frac{P_1}{P_2}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}} \text{ avec, } \frac{1-\gamma}{\gamma} = -\frac{2}{7}$$

Application numérique :

$$T_2 = 293 \left(\frac{10^5}{44,3 \cdot 10^5}\right)^{-\frac{2}{7}} = \boxed{865,6 \text{ K}}$$

1. une constante
2. une autre constante

en allant plus loin, une expression plus simple en fonction de a apparaît, puisque :

$$P_2 = P_1\, a^\gamma \text{ alors, } T_2 = T_1 \left(\frac{P_1}{P_2}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = T_1 \left(\frac{P_1}{P_1\, a^\gamma}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = T_1\, a^{-\gamma\left(\frac{1-\gamma}{\gamma}\right)}$$

ou encore

$$\boxed{T_2 = T_1\, a^{\gamma-1}}$$

Application numérique :

$$T_2 = 293 \times 15^{\frac{2}{5}} = \boxed{865,6 \text{ K}} \text{ avec, } \gamma - 1 = \frac{7}{5} - 1 = \frac{2}{5}$$

Une autre méthode permet d'atteindre ce résultat plus rapidement. Elle consiste à faire apparaitre le taux de compression a :

$$PV^\gamma = \frac{nRT}{V}\, V^\gamma = nRTV^{\gamma-1} = cste \text{ avec, } P = \frac{nRT}{V}$$

ce qui donne

$$TV^{\gamma-1} = cste\,^{3} \text{ doù, } T_1V_1^{\gamma-1} = T_2V_2^{\gamma-1}$$

et donc,

$$T_2 = T_1 \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}$$

Finalement,

$$\boxed{T_2 = T_1\, a^{\gamma-1}}$$

b) Calculer les températures T_3 et T_4 en début et en fin de détente (points A_3 et A_4) et la pression P_4.

La température T_3 est calculée à partir de la combustion isobare A_2A_3, on veille à rechercher des formules qui permettrons l'usage des rapports volumétriques a et b. Puisque le système est un gaz parfait, alors :

$$PV = nRT \text{ par conséquent, } \frac{T}{V} = \frac{nR}{P} = cste\,^{4} \text{ doù, } \frac{T_2}{V_2} = \frac{T_3}{V_3}$$

On obtient donc

$$T_3 = T_2\, \frac{V_3}{V_2} \text{ , on remarque que } \frac{V_3}{V_2} = \frac{V_1}{V_2} \cdot \frac{V_3}{V_1} = \frac{a}{b} = 3$$

Ainsi,

$$\boxed{T_3 = T_2\, \frac{a}{b}}$$

3. encore une autre constante
4. encore une

Application numérique :

$$T_3 = 865,6 \times 3 = \boxed{2596,8 \text{ K}}$$

La température T_4 est calculée à partir de la détente adiabatique A_3A_4, d'après le relation de Laplace,

$$PV^\gamma = cste$$

on cherche à employer de nouveau les rapports volumétriques. Ainsi, comme

$$P = \frac{nRT}{V} \text{ alors, } \frac{nRT}{V}V^\gamma = nRTV^{\gamma-1} = cste$$

Ce qui mène à

$$T_3V_3^{\gamma-1} = T_4V_4^{\gamma-1} \text{ et donc } T_4 = T_3\left(\frac{V_3}{V_4}\right)^{\gamma-1}$$

avec

$$\frac{V_3}{V_4} = \frac{V_3}{V_1} = \frac{1}{b} \text{ , on obtient } T_4 = T_3\left(\frac{1}{b}\right)^{\gamma-1}$$

Finalement,

$$\boxed{T_4 = T_3\, b^{1-\gamma}}$$

Application numérique :

$$T_4 = 2596,6 \times\ 5^{-\frac{2}{5}} = \boxed{1361,4 \text{ K}}$$

La pression P_4 peut être obtenue de plusieurs manières, par exemple avec la transformation isochore A_4A_1 ou la transformation adiabatique A_3A_4. Dans le premier cas, cela donne :

$$P = \frac{nRT}{V} \text{ alors, } \frac{P}{T} = \frac{nR}{V} = cste\text{car } V \text{ est consant}$$

$$\text{alors, } \frac{P_4}{T_4} = \frac{P_1}{T_1} \text{ et, } \boxed{P_4 = P_1\frac{T_4}{T_1}}$$

Application numérique :

$$P_4 = 10^5 \times \frac{1364,1}{293} = 465\,563 \text{ Pa} = \boxed{4,66 \text{ bars}}$$

Dans le second cas, avec la transformation adiabatique A_3A_4, on a :

$$P_3V_3^\gamma = P_4V_4^\gamma \text{ et } P_4 = P_3\left(\frac{V_3}{V_4}\right)^\gamma = \boxed{P_3\, b^{-\gamma}}$$

Application numérique :

$$P_4 = 44,31 \cdot 10^5 \times 5^{-\frac{7}{5}} = 465\,525 \text{ Pa} = \boxed{4,66 \text{ bars}}$$

c) Déterminer les quantités de chaleur massiques q_1 et q_2 (kJ/kg) échangées entre l'air et le milieu extérieur lors des transformations A_2A_3 et A_4A_1.

Q_1 est la quantité de chaleur échangée entre l'air est le milieu extérieur lors de la combustions isobare A_2A_3. la quantité de chaleur massique q_1 est le rapport de quantité de chaleur Q_1 sur la masse d'air considéré pendant la transformation. Ainsi,

$$q_1 = \frac{Q_1}{m} = \int_{T_2}^{T_3} c_P \, dT \text{ , ce qui donne } \boxed{q_1 = c_p(T_3 - T_2)}$$

Application numérique :

$$q_1 = 10^3 \, (2596,8 - 865,6) = \boxed{+1731,2 \text{ kJ/kg}} \text{ avec, } c_P = 1 \text{ kJ/(kg} \cdot \text{K)}$$

Q_2 est la quantité de chaleur échangée entre l'air est le milieu extérieur lors de l'échappement isochore A_4A_1, d'où,

$$q_2 = \frac{Q_2}{m} = \int_{T_4}^{T_1} c_V \, dT = \int_{T_4}^{T_1} \frac{c_P}{\gamma} \, dT \text{ , ainsi } \boxed{q_2 = \frac{c_P}{\gamma}(T_1 - T_4)}$$

$$\text{puisque } \gamma = \frac{c_P}{c_V} \text{ et donc } c_V = \frac{c_P}{\gamma}$$

Application numérique :

$$q_2 = \frac{5}{7} \times 10^3 \, (293 - 1364,1) = \boxed{-765,1 \text{ kJ/kg}}$$

d) Calculer le travail massique w (kJ/kg) fourni par ce moteur lors d'un cycle. En déduire le rendement de ce moteur.

Ce moteur fonctionne suivant un cycle ($\Delta U = 0$) entre 2 sources de chaleur. Par conséquent, d'après le premier principe :

$$\Delta U = W + Q_c + Q_f = 0 \text{ , en divisant par la masse, on a } \Delta u = w + q_c + q_f = 0$$

en identifiant q_c et q_f respectivement avec q_1 et q_2, on peut déduire le travail pour ce moteur :

$$\boxed{w = -q_1 - q_2}$$

Application numérique :

$$w = -1731,2 - (-765,1) = \boxed{-966,1 \text{ kJ/kg}}$$

par définition, le rendement est la rapport du travail utile fournit par le moteur sur la quantité de chaleur provenant de la source chaude, soit :

$$\boxed{\eta = -\frac{w}{q_1}}$$

Application numérique :

$$\eta = -\frac{-966,1}{1731,2} = \boxed{0,558}$$

2. **Étude de la combustion**

a) La cylindrée du moteur (volume total maximum des cylindres du moteur) est $V_1 = 2$ litres. Déterminer la masse d'air impliquée dans chaque cycle et en déduire la quantité de chaleur Q_1 (J) échangée pendant cette phase de combustion (A_2A_3).

La masse d'air peut être calculée à partir de la masse molaire de l'air et du nombre de mole d'air mis en jeu lors dans l'état A_1, soit :

$$m = M \cdot n = \boxed{M\,\frac{P_1\,V_1}{R\,T_1}}$$

Application numérique :

$$m = 29 \times 10^{-3} \times \frac{10^5 \times 2 \times 10^{-3}}{8,31 \times 293} = 2,38 \cdot 10^{-3}\ \text{kg} = \boxed{2,38\ \text{g}}$$

À partir de la quantité de chaleur massique q_1 et la masse d'air, on détermine Q_1 :

$$\boxed{Q_1 = m\,q_1}$$

Application numérique :

$$Q_1 = 2,38 \times 10^{-3} \times 1731,2 = \boxed{4,12\ \text{kJ}}$$

b) La quantité de chaleur apportée par le carburant lors de sa combustion (A_2A_3) est de $q = 46{,}8{\cdot}10^3$ kJ/kg. En déduire la masse de carburant injectée à chaque cycle.

Compte tenu de la quantité de chaleur injectée par kilogramme de carburant et de la quantité de chaleur échangée avec l'air pendant la combustion, on trouve la masse de carburant, m_c :

$$\boxed{m_c = \frac{Q_1}{q}}$$

Application numérique :

$$m_c = \frac{4,12 \times 10^3}{46,8 \times 10^3} = 0,088 \cdot 10^{-3}\ \text{kg} = \boxed{88\ \text{mg}}$$

c) À une vitesse de 130 km/h, le vilebrequin tourne à 3000 tr/min. Sachant qu'un cycle correspond à deux aller-retour du piston, c'est-à-dire deux tours de vilebrequin, déterminer la durée d'un cycle et la distance parcourue par le véhicule pendant ce cycle.

Le vilebrequin tourne à 3000 tours par minute, soit 50 tours par seconde. Il y a 2 tours de vilebrequin pour un cycle ; Alors à chaque seconde, le moteur effectue 25 cycles. On peut donc conclure que le moteur réalise dans ces conditions un cycle en un vingt-cinquième de seconde soit $\boxed{0,04 \text{ seconde}}$.

Pour calculer la distance d parcourue par le moteur pendant un cycle, il convient de faire le produit entre la vitesse de la voiture, v et la durée du cycle, Δt :

$$\boxed{d = v\,\Delta t}$$

Application numérique :

$$d = \frac{130 \times 10^3}{3600} \times 0,04 = \boxed{1,44 \text{ m}}$$

d) En déduire la consommation c (en litres aux 100 km) de ce véhicule à 130 km/h (la masse volumique du gazole est ρ = 0,8 kg/L).

Si le véhicule parcours 1,44 mètre pendant un cycle alors il effectuera 69 444 cycles sur 100 km. Nous avons montré que durant un cycle, le moteur consomme 88 mg de carburant, alors sur 100 km, le moteur en consommera 69 444 fois plus, soit $m_{100\ km}$ =6,11 kg.

En tenant compte de la masse volumique ρ du carburant, cela revient à une consommation c pour 100 km de :

$$\boxed{c = \frac{m_{100\ km}}{\rho}}$$

Application numérique :

$$c = \frac{6,11}{0,8} = \boxed{7,64 \text{ L/100 km}}$$

e) Connaissant le rendement du cycle, déterminer le travail W fourni par ce moteur lors d'un cycle et en déduire la puissance du véhicule.

Il existe plusieurs méthodes pour atteindre ce résultat. À partir du travail massique, on déduit le travail total. Enfin, la puissance est calculée pour la durée d'un cycle soit 0,04 s. Ce qui donne :

$$\boxed{P = \frac{m\,w}{\Delta t}}$$

Application numérique :

$$P = \frac{2,38 \times 10^{-3} \times (-966,1 \times 10^{-3})}{0,04} = \boxed{-55,7 \text{ kW}}$$

Autrement, à partir du rendement η et de la quantité de chaleur Q_1, on déduit le travail total W, que l'on divise par la durée du cycle Δt pour obtenir la puissance :

$$\boxed{P = \frac{-\eta\,Q_1}{\Delta t}}$$

Application numérique :

$$P = \frac{-0,558\,4,12 \times 10^{3}}{0,04} = \boxed{-57,5 \text{ kW}}$$