

# THERMODYNAMIQUE

## *Introduction*



---

Équipe  
pédagogique

Séverine LATAPIE ..... [severine.latapie@iut-tarbes.fr](mailto:severine.latapie@iut-tarbes.fr)  
Jean-Yves PARIS ..... [jean-yves.paris@enit.fr](mailto:jean-yves.paris@enit.fr)  
Malik YAHIAOUI ..... [malik.yahiaoui@enit.fr](mailto:malik.yahiaoui@enit.fr)

# GRANDEURS ET MESURES

## *Sommaire*

### **I. GRANDEURS PHYSIQUES ET SYSTÈME D'UNITÉS**

I.1. Grandeurs de base et grandeurs dérivées .....	1
I.2. Le système international d'unités .....	4
I.3. Conventions d'écriture .....	9

### **II. MESURES PHYSIQUES ET CALCULS D'INCERTITUDE**

II.1. Mesures physiques .....	13
II.2. Calculs d'incertitude .....	15
II.3. Incertitudes implicites .....	19

## ***BIBLIOGRAPHIE***

*Ouvrages disponibles à la bibliothèque de l'ENIT*

1. B. DUPONT et J.-P. TROTIGNON (1994) « Unités et grandeurs », AFNOR Nathan, 128 pages. *Présentation sous forme de tableaux, pratique à consulter.*
2. J. LIBOIS (1993) « Guide des unités de mesures » De Boeck-Wesmael, 140 pages. *Une foule de renseignements pratiques pour tous les domaines scientifiques.*
3. I. BERKES (1996) « La physique de tous les jours » Vuibert, 370 pages. *Cas concrets.*
4. Ph. et Ph. MORRISON (1998) « Les puissances de dix : les ordres de grandeur dans l'univers » Pour la Science, dif. Belin. *Pour ne pas mourir idiot.*

---

*Image de couverture (filigrane) : médaille commémorative du Système Métrique frappée en 1840, dont le projet avait été prévu par la loi du 10 décembre 1799 « pour transmettre à la postérité l'époque à laquelle le Système Métrique a été porté à sa perfection, et l'opération qui lui sert de base » (La physique, Bureau des Longitudes, éd. Dunod Gauthier-Villars, 1981, page 18).*

---

# I. GRANDEURS PHYSIQUES ET SYSTÈME D'UNITÉS

---

## I.1. Grandeurs de base et grandeurs dérivées

---

### a) Introduction

- **Objet de la physique**

Les études en physique ont deux objectifs :

- **Comprendre** la nature des choses qui nous entoure.
- Établir des **lois**<sup>1</sup>, des **modèles**<sup>2</sup> ou des **théories**<sup>3</sup> permettant une **prévision** des phénomènes.

Il s'agit d'une **science expérimentale**, fondée sur des **observations** et des **mesures**.

- **Grandeurs physiques**

Les lois de la physique expriment des relations liant des grandeurs physiques entre elles. Une **grandeur** physique est une caractéristique d'un phénomène ou d'une substance susceptible d'être mesurée (quantitativement) ou qualifiée (qualitativement).

Une grandeur est représentée par un **symbole** (lettre ou signe)<sup>4</sup>. Elle s'exprime habituellement par une valeur numérique issue d'une mesure, suivie de son unité (système de référence) :

$$X (\text{grandeur}) = x (\text{val. num.}) \text{ suivie de son unité}$$

---

<sup>1</sup> **Loi** : traduction empirique d'un phénomène réel ou expérimental.

<sup>2</sup> **Modèle** : description cohérente d'un phénomène réel, ajustée aux données expérimentales. Il s'agit d'une représentation abstraite (intellectuelle), utile mais artificiel (et simplifiée, donc perfectible) des phénomènes observés : on parle de "fiction surveillée" contrôlée par l'expérience (domaine de validité). S'appuie sur les concepts des mathématiques et étend l'application des lois ou intervient dans la construction de lois nouvelles par sa puissance d'analogie : *un modèle est prédictif et heuristique* (utile à la découverte).

<sup>3</sup> **Théorie** : vaste système explicatif (consistant et heuristique mais invérifiable et éphémère) qui synthétise un grand nombre de lois et qui donne une représentation unitaire (et fortement spéculative) de tout un secteur du réel.

- **Dimension d'une grandeur**

Les grandeurs de même nature (que l'on peut comparer mutuellement : longueurs, épaisseurs, diamètres, distances, hauteurs, longueurs d'onde...) forment des ensembles **homogènes** : on dit qu'elles ont la même dimension. Ainsi, **deux grandeurs sont homogènes si elles ont la même dimension**.

Une grandeur a toujours la même dimension quel que soit le système d'unités utilisé. Autrement dit, la dimension d'une grandeur est indépendante du système d'unités dans laquelle elle est exprimée.

## b) Grandeurs fondamentales

- **Sept grandeurs de base**

C'est le plus petit nombre possible de grandeurs considérées comme indépendantes les unes des autres à partir desquelles on peut définir d'autres grandeurs au moyen d'équations.

*Ces sept grandeurs permettent l'étude de TOUS les phénomènes physiques connus à ce jour.*

À chaque grandeur de base, on associe une dimension de base (norme ISO 31) :

<i>Grandeur</i>	<i>Symbole</i>	<i>Dimension</i>
Longueur	<i>l</i>	L
Masse	<i>m</i>	M
Temps	<i>t</i>	T
Intensité de courant électrique	<i>I</i>	I
Température	<i>T</i>	Θ
Quantité de matière	<i>n</i>	N
Intensité lumineuse	<i>I</i>	J

Le choix des grandeurs de base est, dans une certaine mesure, *arbitraire*. Ce choix est motivé par une volonté d'**unification** et de **simplification** des lois par un système cohérent d'équations qui se vérifient indépendamment des unités de mesure<sup>5</sup>.

<sup>4</sup> Le **nombre limité de lettres de l'alphabet** fait du choix des symboles des grandeurs un problème réel : lorsqu'une lettre symbolise plusieurs grandeurs, sa signification est déterminée par le contexte.

<sup>5</sup> Les **lois de la mécanique** sont ainsi basées sur **trois grandeurs de base** : longueur, masse et temps ; les **lois de l'électricité et du magnétisme** sur quatre : longueur, masse, temps et intensité du courant électrique.

### c) Grandeurs dérivées

- **Équation aux dimensions**

Toutes les grandeurs physiques autres que les grandeurs de base s'expriment par un produit de puissances des dimensions de base :

$$\dim X = [X] = L^\alpha M^\beta T^\gamma I^\delta \Theta^\varepsilon N^\zeta J^\eta$$

**On ne peut comparer**  
(égaliser, additionner ou soustraire)  
**que des grandeurs de même dimension<sup>6</sup>.**

L'écriture de la dimension d'une grandeur dérivée  $X$  s'écrit  $[X]$  entre crochets. En revanche, les dimensions des grandeurs de base (L, M...) restent sans crochets<sup>7</sup>.

- **Dimension d'une grandeur dérivée**

*Déterminer la dimension d'une résistance électrique  $[R]$  à partir de la relation  $P = R I^2$*

— expressions littérales et dimensionnelles :

— résultat :  $[R] =$

- **Homogénéité d'une formule**

*Préciser la loi d'écoulement d'un fluide dans une conduite de la forme  $v = f(P, \rho)$  où  $v$  est une vitesse,  $P$  une pression et  $\rho$  une masse volumique :*

— respect de l'homogénéité :

— expressions littérales et dimensionnelles :

— résultat<sup>8</sup> :

---

<sup>6</sup> Les deux membres d'une **équation** ont *nécessairement* la même dimension.

<sup>7</sup> Les dimensions de base s'écrivent sans crochets en utilisant la notation scientifique non fractionnaire (avec exposants positifs ou négatifs).

<sup>8</sup> Coefficient de proportionnalité  $k$  (valeur numérique, sans dimension) à déterminer expérimentalement.

#### d) Grandeurs adimensionnées

Lorsque tous les exposants de l'expression dimensionnelle d'une grandeur sont nuls, sa dimension est égale à 1 : on parle de grandeur « sans dimension »<sup>9</sup>.

De même, les expressions **logarithmiques et exponentielles**, ainsi que les **fonctions trigonométriques** (sinus, cosinus, tangente...) n'ont pas de dimension (ce sont des *nombres*, pas des grandeurs).

#### e) Extensivité et intensité des grandeurs

On distingue deux types de grandeurs :

- Les **grandeurs extensives** (de type « *densité* ») dépendent de la quantité de matière, c'est-à-dire de la taille de l'objet considéré : *masse, volume, longueur, force, travail, chaleur, énergie...*
- Les **grandeurs intensives** (de type « *champs* » c'est-à-dire définies en chaque point) sont indépendantes de la quantité de matière<sup>10</sup> : *pression, température, masse volumique...*

Les grandeurs extensives sont additives alors que les grandeurs intensives ne le sont pas.

## I.2. Le système international d'unités (S.I. 1960)

#### a) Unités fondamentales : les sept unités de base

Le système international d'unités<sup>11</sup> est composé de sept unités de base correspondant aux sept grandeurs de base.

<i>Grandeur</i>	<i>Unité</i>	<i>Symbole</i>
Longueur	mètre	m
Masse	kilogramme	kg
Temps	seconde	s
Intensité de courant électrique	ampère	A
Température	kelvin	K
Quantité de matière	mole	mol
Intensité lumineuse	candela	cd

#### • Définition des unités de base

— Le **mètre** est la longueur<sup>12</sup> du trajet parcouru dans le vide par la lumière pendant une durée de 1/299 792 458 de seconde (1983).

— Le **kilogramme** est égal à la masse<sup>13</sup> du prototype international du kilogramme (1889).

<sup>9</sup> La **densité** est une grandeur sans dimension : c'est un rapport de deux masses volumiques.

<sup>10</sup> Une grandeur intensive correspond en général au rapport de deux grandeurs extensives.

<sup>11</sup> Adopté par la 11<sup>e</sup> Conférence Générale des Poids et Mesures (CGPM) en 1960. La 1<sup>ère</sup> CGPM s'est tenue en 1889.

— La **seconde** est la durée de 9 192 631 770 périodes de la radiation correspondant à la transition entre les deux niveaux hyperfins de l'état fondamental de l'atome de césium 133 (1968).

— L'**ampère** est l'intensité d'un courant constant qui, maintenu dans deux conducteurs parallèles, rectilignes, de longueur infinie, de section circulaire négligeable et placés à une distance de 1 mètre l'un de l'autre dans le vide, produirait entre ces deux conducteurs une force égale à  $2 \cdot 10^{-7}$  newton par mètre de longueur (1946-1948).

— Le **kelvin** est la fraction  $1/273,16$  de la température thermodynamique du point triple de l'eau (1968)<sup>14</sup>.

— La **mole** est la quantité de matière d'un système contenant autant d'entités élémentaires qu'il y a d'atomes dans 0,012 kilogramme de carbone 12. Il s'agit conventionnellement d'un regroupement de  $6,022\,045 \cdot 10^{23}$  entités<sup>15</sup> (1971).

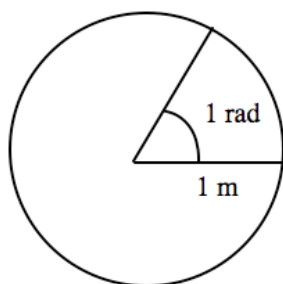
— La **candela** est l'intensité lumineuse, dans une direction donnée, d'une source qui émet un rayonnement monochromatique de fréquence  $540 \cdot 10^{12}$  hertz et dont l'intensité énergétique dans cette direction est  $1/683$  watt par stéradian (1979).

#### • Étalons

Un **étalon** est une grandeur type qui sert à définir ou à matérialiser l'unité de mesure (référence). Un étalon doit être **précis, exact, reproductible et universel**<sup>16</sup>.

#### b) Unités dérivées

Toutes les autres unités du système international sont des unités dérivées, issues de produits des unités de base : volume en  $\text{m}^3$ , vitesse en  $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ ... Certaines unités dérivées ont adopté des noms spéciaux : force en newtons (N), pression en pascals (Pa), énergie en joules (J), puissance en watts (W)...



#### • Unités dérivées sans dimension

Deux unités ont un statut particulier<sup>17</sup> :

— Le **radian** (rad) est l'angle plan compris entre deux rayons qui, sur la circonférence d'un cercle, interceptent un arc de longueur égale à celle du rayon.

— Le **stéradian** (sr) est l'angle solide qui, ayant son

<sup>12</sup> Au départ le **mètre** a été défini comme la dix millionième partie du quart du méridien terrestre (1791). Le **système métrique** décimal a été institué en 1795 (loi du 18 Germinal de l'an III) avec le mètre comme unité de longueur. Ce n'est qu'en 1799, après 7 ans de travaux, qu'une mesure précise sur l'arc de méridien entre Dunkerque et Barcelone a été réalisée.

<sup>13</sup> La 21<sup>e</sup> CGPM (1999) a engagée une réflexion en vue d'une nouvelle définition de l'unité de masse fondée sur des constantes fondamentales.

<sup>14</sup> La 23<sup>e</sup> CGPM (2007) précise la composition isotopique de l'eau à laquelle se référer.

<sup>15</sup> Lorsqu'on emploie la **mole**, les entités élémentaires doivent être spécifiées : il peut s'agir d'atomes, de molécules, d'ions, d'électrons, d'autres particules ou des groupements spécifiés de telles particules.

<sup>16</sup> Leur **universalité** résulte d'une convention entre les hommes.

<sup>17</sup> Adopté par la 20<sup>e</sup> CGPM en 1995. Il s'agit d'un rapport de deux longueurs pour le radian et d'un rapport de deux surfaces pour le stéradian.

sommet au centre d'une sphère, découpe sur la surface de cette sphère une aire égale à celle d'un carré ayant pour coté le rayon de la sphère

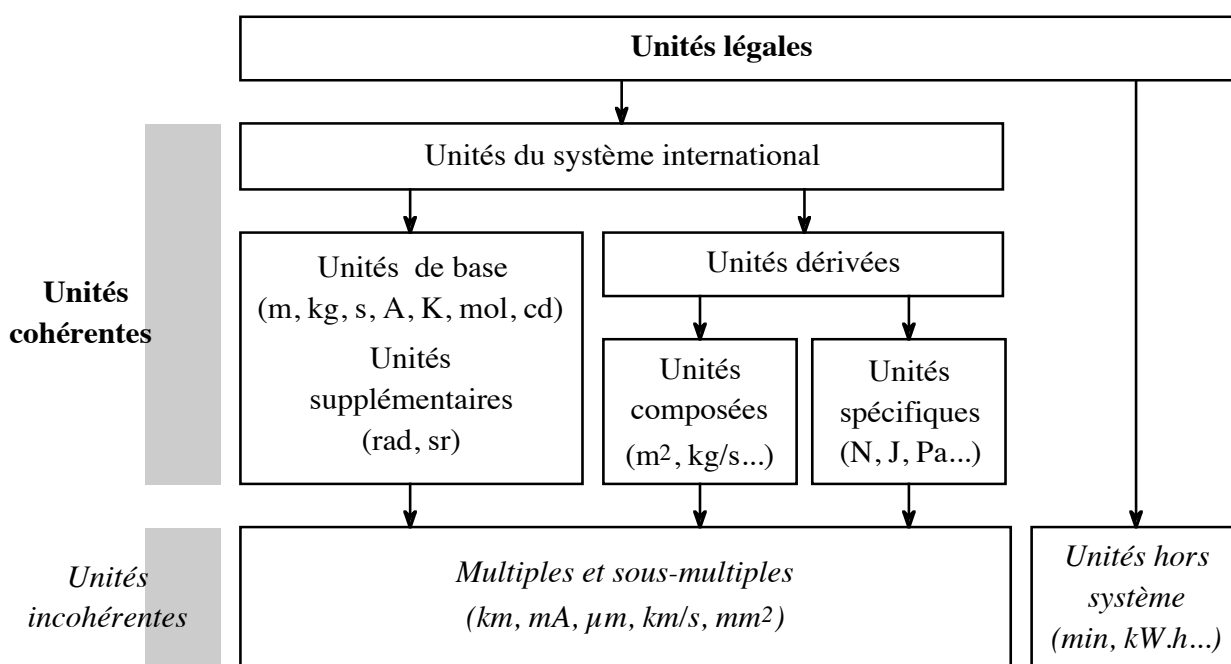
Le système international d'unités (constitué de ses unités de base et de ses unités dérivées) forme un système d'**unités cohérentes** : *lorsque les grandeurs sont exprimées dans les unités S.I., leur combinaison donne un résultat dans les unités S.I.*<sup>18</sup>.



**Dans tous les calculs,**  
**il est vivement conseillé de n'utiliser que les unités S.I.**  
**fondamentales ou dérivées**  
*sous peine de complications ou de risques d'erreurs*

### c) Unités légales

Une unité est légale lorsque son emploi est **autorisé par un texte de loi**. Aux unités cohérentes du système international ont été ajoutées des **unités non cohérentes** mais d'usage courant (heure, bar ...).



Le **tableau** suivant (pages 9 et 10) regroupe les principales unités légales avec les unités de base du système international (en caractères **gras**), les unités internationales dérivées (en caractères droits) et les unités légales hors S.I. (en *italique*) avec leur correspondance dans les unités du système international.

<sup>18</sup> Les unités ont été choisies pour que les équations entre grandeurs et valeurs numériques aient exactement la même forme, **sans** avoir besoin d'introduire de **facteur de correction**.



Grandeur	Unité associée	Symbole	Dimension	Correspondance
<b>• Espace et temps</b>				
<b>longueur</b>	<b>mètre</b>	<b>m</b>	<b>L</b>	
superficie	mètre-carré	m <sup>2</sup>	L <sup>2</sup>	
	are	a	L <sup>2</sup>	1 a = 100 m <sup>2</sup>
	hectare	ha	L <sup>2</sup>	1 ha = 1 hm <sup>2</sup> = 10 <sup>4</sup> m <sup>2</sup>
volume	mètre-cube	m <sup>3</sup>	L <sup>3</sup>	
	litre	l, L	L <sup>3</sup>	1 l = 10 <sup>-3</sup> m <sup>3</sup> = 1 dm <sup>3</sup>
courbure		m <sup>-1</sup>	L <sup>-1</sup>	
angle plan	radian	rad	sans	
	tour	tr	sans	1 tr = 2π rad
	degré	°	sans	1° = 1,745 329·10 <sup>-2</sup> rad
	minute	'	sans	1' = 1/60° = 2,9·10 <sup>-4</sup> rad
	grade	gon	sans	1 gon = 2π/400 rad
angle solide	stéradian	sr	sans	
<b>temps</b>	<b>seconde</b>	<b>s</b>	<b>T</b>	
	minute	min	T	1 min = 60 s
	heure	h	T	1 h = 60 min = 3600 s
	jour (solaire)	d	T	1 d = 24 h = 86 400 s
fréquence	hertz	Hz	T <sup>-1</sup>	1 événement·s <sup>-1</sup>
vitesse angulaire, pulsation		rad/s	T <sup>-1</sup>	
	tour par minute	tr/min	T <sup>-1</sup>	1 tr/min = 0,1047 rad·s <sup>-1</sup>
vitesse		m/s	LT <sup>-1</sup>	
	kilomètre par heure	km/h	LT <sup>-1</sup>	1 km/h = 0,278 m·s <sup>-1</sup>
accélération		m/s <sup>2</sup>	LT <sup>-2</sup>	
<b>• Mécanique</b>				
<b>masse</b>	<b>kilogramme</b>	<b>kg</b>	<b>M</b>	
	gramme	g	M	1 g = 10 <sup>-3</sup> kg
	tonne	t	M	1 t = 10 <sup>3</sup> kg
	unité de masse atomique	u	M	1 u = 1,660 540 2·10 <sup>-27</sup> kg
masse volumique		kg/m <sup>3</sup>	ML <sup>-3</sup>	
	gramme par centimètre-cube	g/cm <sup>3</sup>	ML <sup>-3</sup>	1 g/cm <sup>3</sup> = 10 <sup>3</sup> kg·m <sup>-3</sup>
volume massique		m <sup>3</sup> /kg	M <sup>-1</sup> L <sup>3</sup>	
débit massique		kg/s	MT <sup>-1</sup>	
débit volumique		m <sup>3</sup> /s	L <sup>3</sup> T <sup>-1</sup>	
	litre par minute	l/min	L <sup>3</sup> T <sup>-1</sup>	1 l·min <sup>-1</sup> = 1,67·10 <sup>-4</sup> m <sup>3</sup> ·s <sup>-1</sup>
force, poids	newton	N	MLT <sup>-2</sup>	1 N = 1 kg·m·s <sup>-2</sup>
moment d'une force		N·m	ML <sup>2</sup> T <sup>-2</sup>	
tension superficielle		N/m	MT <sup>-2</sup>	1 N/m = 1 J·m <sup>-2</sup>
quantité de mouvement, impulsion		N·s	MLT <sup>-1</sup>	1 N·s = 1 kg·m·s <sup>-1</sup>
moment d'inertie		kg·m <sup>2</sup>	ML <sup>2</sup>	
pression, contrainte	pascal	Pa	ML <sup>-1</sup> T <sup>-2</sup>	1 Pa = 1 N·m <sup>-2</sup>
	bar	bar	ML <sup>-1</sup> T <sup>-2</sup>	1 bar = 10 <sup>5</sup> Pa (exactement)
	joule	J	ML <sup>2</sup> T <sup>-2</sup>	1 J = 1 N·m
énergie (travail, chaleur)	kilowattheure	kW·h	ML <sup>2</sup> T <sup>-2</sup>	1 kW·h = 3,6·10 <sup>6</sup> J
	électronvolt	eV	ML <sup>2</sup> T <sup>-2</sup>	1 eV = 1,602 177·10 <sup>-19</sup> J
puissance, flux énergétique	watt	W	ML <sup>2</sup> T <sup>-3</sup>	1 W = 1 J·s <sup>-1</sup>
viscosité cinématique		m <sup>2</sup> /s	L <sup>2</sup> T <sup>-1</sup>	
viscosité dynamique		Pa·s	ML <sup>-1</sup> T <sup>-1</sup>	
<b>• Thermodynamique et chimie</b>				
<b>température</b>	<b>kelvin</b>	<b>K</b>	<b>Θ</b>	
	degré Celsius	°C	Θ	T(°C) = T(K) - 273,15
<b>quantité de matière</b>	<b>mole</b>	<b>mol</b>	<b>N</b>	
volume molaire		m <sup>3</sup> /mol	L <sup>3</sup> N <sup>-1</sup>	

<i>Grandeur</i>	<i>Unité associée</i>	<i>Symbole</i>	<i>Dimension</i>	<i>Correspondance</i>
masse molaire		kg/mol	$MN^{-1}$	
molalité		mol/kg	$M^{-1}N$	
concentration (molarité)		mol/m <sup>3</sup>	$L^{-3}N$	
capacité thermique		J/K	$ML^2 \cdot T^{-2} \Theta^{-1}$	
capacité thermique molaire		J/(mol·K)	$ML^2 T^{-2} \Theta^{-1} N^{-1}$	
capacité thermique massique		J/(kg·K)	$L^2 T^{-2} \Theta^{-1}$	
énergie massique		J/kg	$L^2 T^{-2}$	
énergie volumique		J/m <sup>3</sup>	$ML^{-1} T^{-2}$	
énergie molaire		J/mol	$ML^2 T^{-2} N^{-1}$	
densité de flux thermique		W/m <sup>2</sup>	$MT^{-3}$	
entropie		J/K	$ML^2 T^{-2} \Theta^{-1}$	
enthalpie massique		J/kg	$L^2 T^{-2}$	
entropie massique		J/(kg·K)	$L^2 T^{-2} \Theta^{-1}$	
conductivité thermique		W/(m·K)	$MLT^{-3} \Theta^{-1}$	
résistance thermique		K/W	$M^{-1} L^{-2} T^3 \Theta$	
conductance thermique		W/K	$ML^2 T^{-3} \Theta^{-1}$	
diffusivité thermique		m <sup>2</sup> /s	$L^2 T^{-1}$	
effusivité		J/(m <sup>2</sup> ·√s·K)	$MT^{-5/2} \Theta^{-1}$	
<b>• Électricité et magnétisme</b>				
<b>intensité électrique</b>	<b>ampère</b>	<b>A</b>	<b>I</b>	
tension, force électromotrice	volt	V	$L^2 MT^{-3} I^{-1}$	1 V = 1 W·A <sup>-1</sup>
densité de courant		A/m <sup>2</sup>	$L^{-2} I$	
charge électrique	coulomb	C	TI	1 C = 1 A·s
	charge électron	e	TI	1 e = 1,602·10 <sup>-19</sup> C
moment dipolaire		C·m	LTI	
charge surfacique		C/m <sup>2</sup>	$L^{-2} TI$	
charge volumique		C/m <sup>3</sup>	$L^{-3} TI$	
résistance, impédance	ohm	Ω	$L^2 MT^{-3} I^{-2}$	1 Ω = 1 V·A <sup>-1</sup>
résistivité		Ω·m	$L^3 MT^{-3} I^{-2}$	
conductance électrique	siemens	S	$L^{-2} M^{-1} T^3 I^2$	1 S = 1 A·V <sup>-1</sup> = 1 Ω <sup>-1</sup>
conductivité électrique		S/m	$L^{-3} M^{-1} T^3 I^2$	
capacité électrique	farad	F	$L^{-2} M^{-1} T^4 I^2$	1 F = 1 C·V <sup>-1</sup>
permittivité		F/m	$L^{-3} M^{-1} T^4 I^2$	
inductance électrique	henry	H	$L^2 MT^{-2} I^{-2}$	1 H = 1 Wb·A <sup>-1</sup>
perméabilité		H/m	$LMT^{-2} I^{-2}$	
réductance		H <sup>-1</sup>	$L^{-2} M^{-1} T^2 I^2$	
flux d'induction magnétique	weber	Wb	$L^2 MT^{-2} I^{-1}$	1 Wb = 1 V·s
induction magnétique	tesla	T	$MT^{-2} I^{-1}$	1 T = 1 Wb·m <sup>-2</sup>
intensité magnétique		A/m	$IL^{-1}$	
<b>• Optique et rayonnement</b>				
<b>intensité lumineuse</b>	<b>candéla</b>	<b>cd</b>	<b>J</b>	
flux lumineux	lumen	lm	J	1 lm = 1 cd·sr
luminance		cd/m <sup>2</sup>	$JL^{-2}$	
exitance lumineuse		lm/m <sup>2</sup>	$JL^{-2}$	
quantité de lumière		lm·s	TJ <sup>-1</sup>	
efficacité lumineuse		lm/W	$JM^{-1} L^{-2} T^3$	
éclairage	lux	lx	$JL^{-2}$	1 lx = 1 lm·m <sup>-2</sup> = 1 cd·sr·m <sup>-2</sup>
exposition lumineuse		lx·s	$JL^{-2} T$	
énergie rayonnante		J/m <sup>4</sup>	$ML^{-2} T^{-2}$	
vergence	dioptrie	δ	$L^{-1}$	1 δ = 1 m <sup>-1</sup>
activité radioactivité	becquerel	Bq	T <sup>-1</sup>	1 Bq = 1 s <sup>-1</sup>
dose absorbée	gray	Gy	$L^2 T^{-2}$	1 Gy = 1 J·kg <sup>-1</sup> = 1 m <sup>2</sup> ·s <sup>-2</sup>
équivalent de dose	sievert	Sv	$L^2 T^{-2}$	1 Sv = 1 J·kg <sup>-1</sup>

• **Multiples et sous-multiples des unités**

On forme les multiples et les sous-multiples en accolant l'un des préfixes ci-dessous à l'unité<sup>19</sup> :

facteur	préfixe	symbole	facteur	préfixe	symbole	facteur	préfixe	symbole
$10^{21}$	zetta	Z	$10^3$	kilo	k	$10^{-6}$	micro	$\mu$
$10^{18}$	exa	E	$10^2$	hecto	h	$10^{-9}$	nano	n
$10^{15}$	peta	P	10	déca	da	$10^{-12}$	pico	p
$10^{12}$	téra	T	$10^{-1}$	déci	d	$10^{-15}$	femto	f
$10^9$	giga	G	$10^{-2}$	centi	c	$10^{-18}$	atto	a
$10^6$	méga	M	$10^{-3}$	milli	m	$10^{-21}$	zepto	z

**d) Unités non légales**

Unités à éviter, voire à proscrire.

• **Unités réservées à un domaine d'activité particulier**

- unité astronomique<sup>20</sup> : 1 UA =  $1,495\,9787 \cdot 10^{11}$  m
- année lumière<sup>21</sup> : 1 a.l. =  $9,460\,730 \cdot 10^{15}$  m
- parsec : 1 pc =  $30,857 \cdot 10^{15}$  m
- angström : 1 Å =  $10^{-10}$  m
- mille marin<sup>22</sup> : 1 mille = 1852 m
- nœud : 1 kn = 0,5144 m/s (1,85 km/h)
- tonneau de mer : 1 tonneau = 2,831 68 m<sup>3</sup>
- décibel (dB : niveau de puissance, sans dim)

• **Anciennes unités (interdites)**

- atmosphère : 1 atm (normale) = 101 325 Pa
- torr : 1 torr = 1 mm Hg = 133,32 Pa
- calorie : 1 cal = 4,184 J
- kilogramme-force : 1 kgf = 9,81 N
- kilogrammètre : 1 kgm = 9,81 J
- pression : 1 kgf/m<sup>2</sup> = 9,81 Pa
- puissance : 1 kgm/s = 9,81 W
- cheval-vapeur : 1 ch = 735,499 W
- stère : 1 st = 1 m<sup>3</sup>
- carat métrique : 1 carat métrique = 200 mg
- dyne (CGS<sup>23</sup>) : 1 dyn =  $10^{-5}$  N
- barye (CGS) : 1 barye (dyn/cm<sup>2</sup>) = 0,1 Pa
- erg (CGS) : 1 erg =  $10^{-7}$  J
- poise (CGS) : 1 P = 0,1 Pa·s
- stokes : 1 St =  $10^{-4}$  m<sup>2</sup>/s
- curie : 1 Cu =  $3,7 \cdot 10^{10}$  Bq
- rad : 1 rd = 0,01 Gy
- rem : 1 rem = 0,01 Sv
- debye : 1 D =  $0,358 \cdot 10^{-30}$  C·m
- micron : ancien nom du micromètre

• **Quelques unités anglo-saxonnes d'usage courant**

- pouce (inch) : 1 in = 2,54 cm
- pied (foot) : 1 ft = 30,48 cm
- mille terrestre (mile) : 1 mile = 1609 m
- yard (yd) : 1 yd = 3 ft = 0,9144 m
- acre : 1 ac = 4046,9 m<sup>2</sup> (1 ac ≈ 1/2 ha)
- once : 1 oz = 28,35 g
- livre : 1 lb = 0,453 kg
- psi : 1 psi (lbf/in<sup>2</sup>) =  $6,894\,75 \cdot 10^3$  Pa
- 1 baril (pétrole) = 158,987 litres
- degré Fahrenheit :  $t$  (°F) =  $9/5 \theta$  (°C) + 32

<sup>19</sup> Pour le **kilogramme** (dont le nom contient déjà un préfixe), on accole le préfixe au mot « gramme » (milligramme).

<sup>20</sup> Distance moyenne Terre – Soleil.

<sup>21</sup> Distance parcourue par la lumière en une année sidérale à la vitesse de 299 792 km/s.

<sup>22</sup> Autorisé en navigation maritime et aérienne seulement.

<sup>23</sup> Ancien système où les unités de base étaient le centimètre, le gramme et la seconde (d'où les initiales CGS).

- **Conversion des unités**<sup>24</sup>

Technique de substitution :

*La valeur numérique d'une force exprimée dans le système S (kilomètre, tonne, heure) est égale à  $F = 100$ . Que vaut cette force dans le système S.I. ?*

— expression dimensionnelle d'une force :

— unité de force dans le système S :

— valeur de cette force dans le système S.I. :

— résultat :

### I.3 Conventions d'écriture

(normes NF X 02-003 et NF X 02-006)

- a) Règles générales *dactylographiques*** • Les symboles des grandeurs s'écrivent en italiques. En revanche, les valeurs numériques et les symboles des unités s'écrivent en caractères droits<sup>25</sup> :

**$F = 35 \text{ N}$**  et non pas  $F = 35 \text{ N}$  ni  $F = 35\text{N}$

- **Symboles grecs** : colonnes par *ordre alphabétique grec*, en minuscules et en majuscules, droits et italiques :

alpha :	$\alpha$	A	$\alpha$	A	nu :	$\nu$	N	$\nu$	N
béta :	$\beta$	B	$\beta$	B	xi :	$\xi$	$\Xi$	$\xi$	$\Xi$
gamma :	$\gamma$	$\Gamma$	$\gamma$	$\Gamma$	omicron :	$\omicron$	O	$\omicron$	O
delta :	$\delta$	$\Delta$	$\delta$	$\Delta$	pi :	$\pi$	$\Pi$	$\pi$	$\Pi$
epsilon :	$\epsilon$	E	$\epsilon$	E	rhô :	$\rho$	P	$\rho$	P
zéta :	$\zeta$	Z	$\zeta$	Z	sigma :	$\sigma$	$\Sigma$	$\sigma$	$\Sigma$
êta :	$\eta$	H	$\eta$	H	tau :	$\tau$	T	$\tau$	T
thêta :	$\theta$	$\Theta$	$\theta$	$\Theta$	upsilon :	$\upsilon$	Y	$\upsilon$	Y
iota :	$\iota$	I	$\iota$	I	phi :	$\varphi$	$\Phi$	$\varphi$	$\Phi$
kappa :	$\kappa$	K	$\kappa$	K	khi :	$\chi$	X	$\chi$	X
lambda :	$\lambda$	$\Lambda$	$\lambda$	$\Lambda$	psi :	$\psi$	$\Psi$	$\psi$	$\Psi$
mu :	$\mu$	M	$\mu$	M	oméga :	$\omega$	$\Omega$	$\omega$	$\Omega$

<sup>24</sup> C'est pour une erreur d'unités que la **sonde spatiale** « Mars Climate Orbiter » de la NASA s'est écrasée sur Mars le 23 septembre 1999 : l'équipe chargée de la sonde (société Lockheed Martin) a transmis des données exprimées en unités anglo-saxonnes (pieds, miles...) aux ingénieurs chargés de la navigation de la sonde qui eux ont utilisé les unités du système international (Pour la Science, n°265, novembre 1999, page 15).

<sup>25</sup> En général, les symboles des unités sont écrits en minuscules (m, s, kg...), sauf s'ils proviennent d'un nom propre où la première lettre est écrite en majuscule (A, K, N, Pa, Hz...).

## b) Valeurs numériques

- Pour les nombres de plus de quatre chiffres, chaque groupe de chiffre doit être séparé par un espace :

**2 453 200** et non pas 2453200 ni 2.453.200

**2013** et non pas 2 013

- En français, la partie entière est séparée de la partie décimale par une virgule<sup>26</sup> :

**2,453** et non pas 2.453

- Si la partie entière est inférieure à 1, la partie décimale doit être précédée d'un zéro :

**0,245** et non pas .245

- Les **puissances de 10** permettent de conserver la cohérence des unités S.I. et permettent d'estimer l'ordre de grandeur d'un résultat. On distingue la **notation scientifique** avec *un seul chiffre avant la virgule* et la **notation ingénieur** avec *un à trois chiffres avant la virgule et où l'exposant est un multiple de trois* :

notation scientifique :  $225\,800 = 2,258 \cdot 10^5$

notation ingénieur :  $225\,800 = 225,8 \cdot 10^3$

- **Million, milliard, billion...**

<i>France - Belgique – G.B.</i>	<i>Etats-Unis</i>
$10^6$ : million	$10^6$ : million
$10^9$ : milliard	$10^9$ : billion
$10^{12}$ : billion	$10^{12}$ : trillion
$10^{18}$ : trillion	$10^{18}$ : quintillion
$10^{6n}$ : (n)illion	$10^{3n}$ : (n-1)illion

## c) Unités

- Les noms d'unités complets sont des **noms communs** : ils n'ont jamais de majuscules et s'accordent :

**quinze joules** et non quinze Joules

- Les **symboles d'unités** ne s'emploient qu'après un nombre exprimé en chiffres :

**10 m** et non pas dix m

**50 km/h** et non pas 50 km/heure

- Les symboles d'unités sont **invariables** au pluriel, s'écrivent **sans point final** et sont placés **après les va-**

<sup>26</sup> Et non par un point selon l'usage des pays anglo-saxons. Cependant, en **informatique**, le point est toléré à la place de la virgule.

**leurs numériques complètes**, avec un espace entre la valeur numérique et le symbole :

**23,5 km** et non pas 23,5 kms

et non pas 23,5 Km ni 23 km 5

**36,3°** et non pas 36°3

- On ne doit pas faire figurer plus d'une barre de fraction sur une même ligne pour des quotients d'unités :

**9,8 m/s<sup>2</sup>** ou **9,8 m·s<sup>-2</sup>** et non pas 9,8 m/s/s

**4,18 J/(mol·K)** et non pas 4,18 J/mol/K

- Les **multiples** et les sous-multiples sont généralement choisis de sorte que la valeur numérique soit comprise entre 0,1 et 1000.
- Les multiples et les sous-multiples ne se juxtaposent pas :

**1 nm** et non pas 1 mμm

#### d) Règles de priorité

en écriture numérique linéaire

- Toutes les opérations (ou symboles fonctionnels) sont prioritaires sur les additions et les soustractions :

$5 + 2 \times 3$  signifie  $5 + (2 \times 3)$

$a \times b - c$  signifie  $(a \times b) - c$

$a + b / c - d$  signifie  $a + (b / c) - d$

$\ln a + b$  signifie  $(\ln a) + b$

- La **multiplication** (symbolisée par un point ou par l'absence de tout signe d'opération) est prioritaire par rapport à toute autre opération<sup>27</sup> :

$1/2a$  signifie  $1 / (2a)$

$\sin 2a$  signifie  $\sin (2a)$

$\ln 2a$  signifie  $\ln (2a)$

$a / \ln \ln b$  signifie  $a / \ln (\ln b)$

Il est parfois indispensable d'indiquer les parenthèses pour éviter des confusions<sup>28</sup> :

$1 / 5 a (b + c)$  signifie  $1 / [5 \times a \times (b + c)]$

$\ln a \cos b$  signifie  $(\ln a) \times (\cos b)$

<sup>27</sup> Notamment la **division** ou tout autre symbole fonctionnel qui la précède.

<sup>28</sup> Ne pas hésiter à **ajouter des parenthèses** (même inutiles) car peu de gens connaissent parfaitement ces règles.

---

## MESURES PHYSIQUES et CALCULS D'INCERTITUDE

---

### II.1. Mesures physiques<sup>1</sup>

---

#### a) Précision des mesures

L'expression d'une **grandeur physique**  $X$  s'obtient par une **mesure**<sup>2</sup>  $x$  :

$X$  (grandeur) =  $x$  (val. num.) suivie de son unité

Un instrument de mesure<sup>3</sup> ne donne jamais un résultat rigoureusement exact. Sa réponse dépend en particulier de l'**exactitude** (fidélité<sup>4</sup>, justesse<sup>5</sup>) du dispositif et de sa **sensibilité**<sup>6</sup>. Toute mesure expérimentale est donc entachée d'une erreur (dispersion).

#### b) Chiffres significatifs

Les chiffres significatifs d'un nombre est l'ensemble des chiffres dont on est certain, plus le dernier qui peut être estimé<sup>7</sup> :

32	: 2 chiffres significatifs (3 et 2)
0,020 17	: 4 chiffres significatifs (2, 0, 1 et 7)
4,00	: 3 chiffres significatifs <sup>8</sup> (4, 0 et 0)
$2 \cdot 10^6$	: 1 chiffre significatif
2 000 000	: 7 chiffres significatifs <sup>9</sup>

---

<sup>1</sup> « Celui qui fait une erreur et qui ne la corrige pas, commet une nouvelle erreur » **Confucius** (vers 500 avant J.-C.).

<sup>2</sup> Mesurer une grandeur, c'est la comparer avec une grandeur de même nature prise comme unité.

<sup>3</sup> Tout instrument de mesure constitue une **chaîne de mesure** composée d'une suite ordonnée d'éléments : capteur, transducteurs, filtres, amplificateur, afficheur... Le **capteur** est l'élément auquel est appliqué directement la grandeur à mesurer.

<sup>4</sup> **Fidélité** : aptitude à donner des réponses très voisines lors de l'application répétée d'un même signal d'entrée. Une erreur de fidélité constitue une *composante aléatoire* de l'erreur de mesure.

<sup>5</sup> Une erreur de **justesse** constitue une *composante systématique* de l'erreur de mesure.

<sup>6</sup> **Sensibilité** : quotient de l'accroissement de la réponse de l'instrument de mesure par l'accroissement correspondant du signal d'entrée.

<sup>7</sup> Le chiffre estimé est parfois indiqué entre parenthèses.

<sup>8</sup> La position de la virgule n'a rien à voir avec le nombre de chiffres significatifs.

<sup>9</sup> Résultat d'une mesure ou d'une opération qui « tombe juste » (le zéro est un chiffre comme les autres) soit :

$$2\,000\,000 = 1\,872\,321 + 127\,679$$

### c) Types d'incertitude

On appelle « incertitude » la **limite supérieure des erreurs de mesure** par suite d'erreurs d'origines diverses<sup>10</sup>. On définit deux types d'incertitudes : « absolue » et « relative ». Il s'agit du *même type d'erreur* mais exprimé de deux façons différentes :

Incertitude absolue	Incertitude relative
<p>Soit <math>x</math> la valeur mesurée d'une grandeur <math>X</math> et <math>\Delta x</math> l'incertitude sur le résultat de cette mesure<sup>11</sup>. La valeur mesurée est alors comprise entre<sup>12</sup> :</p> $x - \Delta x < X < x + \Delta x \quad \text{soit} \quad X = x \pm \Delta x$ <p>L'incertitude absolue <math>\Delta x</math> est donc une <b>quantité positive</b> qui s'exprime avec la <b>même unité que la mesure</b><sup>13</sup></p> <p>Exemple : <math>X = 15,4 \pm 0,1 \text{ mm}</math></p>	<p>C'est le quotient de l'incertitude absolue sur la valeur de la grandeur mesurée, soit :</p> $\frac{\Delta x}{x}$ <p>L'incertitude relative caractérise la précision de la mesure et s'exprime généralement en <b>pourcentage</b> ou parfois en puissance de dix (nombre sans dimension, comparatif)</p> <p>Exemple : <math>X = 15,4 \text{ mm}</math> à 0,7 % près</p>

### d) Évaluations statistiques

C'est typiquement le cas de la **mesure directe** des grandeurs de base (longueur, temps...) : on répète un certain nombre de fois la même mesure :

$$x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n$$

L'erreur de mesure peut alors être estimée par des techniques de calculs statistiques.

#### • Moyenne et écart-type

Dans ce cas, la valeur moyenne  $x$  (ou  $\bar{x}$ ) des résultats représente la **valeur la plus probable** des  $n$  mesure et l'écart-type  $\sigma$  (ou  $\sigma_{n-1}$ ) constitue la meilleure estimation de la **dispersion** commise sur ces mesures<sup>14</sup> :

$$x = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad \sigma = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - x)^2}$$

#### • Incertitude-type élargie

L'incertitude-type  $s$  est définie comme la meilleu-

<sup>10</sup> Il faut alors remarquer que l'incertitude calculée est supérieure aux erreurs commises réellement d'une valeur que l'on ne connaît pas.

<sup>11</sup> L'**incertitude absolue** peut :

- représenter la précision que permet d'obtenir l'appareil de mesure ;
- être le résultat d'un calcul statistique sur une série de mesures d'une même grandeur.

<sup>12</sup> Un **intervalle de tolérance** correspondrait à deux fois l'incertitude absolue soit  $2 \Delta x$ .

<sup>13</sup> Si le dernier chiffre décimal est un zéro, on peut omettre son écriture si l'incertitude est indiquée (par exemple, on peut écrire  $1,2 \pm 0,05 \text{ mm}$  au lieu de  $1,20 \pm 0,05 \text{ mm}$ ).

<sup>14</sup> Directement accessible sur une calculatrice.



re estimation de l'écart-type :

$$s = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

On estime l'incertitude absolue  $\Delta x$  (ou incertitude de type élargie) d'une série de  $n$  résultats en choisissant un intervalle de confiance dans lequel la valeur cherchée a une certaine probabilité de se trouver. On introduit alors un facteur d'élargissement  $k$  qui dépend également du nombre  $n$  de mesures (loi de Student) :

$$\Delta x = k s \quad \text{soit} \quad \Delta x = k \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

La grandeur  $X$  s'écrit alors :

$$X = x \pm k \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

Niveau de confiance	5 mesures	10 mesures	20 mesures	> 100 mesures
50 %	0,73	0,70	0,69	0,67
68 %				1
70 %	1,16	1,09	1,06	1,04
87 %				1,5
90 %	2,02	1,81	1,73	1,65
95 %	2,57	2,23	2,09	1,96
99 %	40,3	3,17	2,85	2,56
99,7 %				3
99,9 %	6,87	4,59	3,85	3,28
99,999 999 8 %				6

Par exemple, un calcul a donné une valeur moyenne  $x = 12,86$  et un écart-type  $\sigma = 0,27$  avec une série de 10 mesures. En choisissant un niveau de confiance de 95 %, il faut prendre le facteur d'élargissement  $k = 2,23$ . Le résultat sera donc (tableau ci-dessus) :

$$\Delta x = 2,23 \frac{0,27}{\sqrt{10}} \quad \text{soit} \quad \Delta x = 0,2$$

$$\text{d'où} \quad x = 12,9 \pm 0,2$$

## II.2. Calculs d'incertitude

### a) Grandeurs résultant de plusieurs mesures indépendantes

Dans la majorité des cas, l'évaluation d'une grandeur s'effectue par l'intermédiaire de la détermination expérimentale d'autres grandeurs plus facilement accessibles. Ces grandeurs sont reliées à la grandeur recherchée par une relation connue. Le problème consiste alors,

connaissant les valeurs et les incertitudes (absolues ou relatives) sur les grandeurs intermédiaires, à calculer celle de la grandeur cherchée.

- **Formules de propagation des incertitudes**

Considérons une fonction  $y$  de deux variables  $x_1$  et  $x_2$  soit  $y = f(x_1, x_2)$  :

Pour les sommes ou les différences, on a :

$$y = x_1 + x_2 \quad \text{ou} \quad y = x_1 - x_2 \quad \text{alors}$$

$$\Delta y = \sqrt{(\Delta x_1)^2 + (\Delta x_2)^2}$$

Autrement dit, l'*incertitude absolue* d'une somme ou d'une différence est la racine carrée de la somme des carrés des incertitudes absolues de chaque grandeur.

La limite supérieure de l'erreur possible (c'est-à-dire l'incertitude) implique que les contributions à l'incertitude de chaque variable s'additionnent bien (les erreurs ne sont pas sensées se compenser).

Pour les produits et les quotients, on a :

$$y = x_1 \times x_2 \quad \text{ou} \quad y = x_1 \div x_2 \quad \text{alors}$$

$$\frac{\Delta y}{y} = \sqrt{\left(\frac{\Delta x_1}{x_1}\right)^2 + \left(\frac{\Delta x_2}{x_2}\right)^2}$$

Autrement dit, l'*incertitude relative* d'un produit ou d'un quotient est la racine carrée de la somme des carrés des incertitudes relatives de chaque grandeur.

## b) Application directe

- **Variation de résistance électrique**

— Expression littérale :  $U = RI$

— Incertitude absolue  $\Delta R = ?$

— Application numérique :

$$U = 220 \pm 2 \text{ V} \quad \text{et} \quad I = 16 \pm 0,1 \text{ A}$$

Valeur moyenne :  $R =$

Incertitude sur  $R$  :  $\Delta R =$

— Résultat final :

### c) Formulation générale

L'incertitude absolue d'une grandeur  $y$ , fonction de plusieurs grandeurs  $x_1, x_2 \dots x_n$ , notée  $y = f(x_1, x_2 \dots x_n)$ , s'exprime comme :

$$\Delta y = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial y}{\partial x_i} \right)^2 (\Delta x_i)^2}$$

Cette formulation fait intervenir la notion de *dérivée partielle* d'une fonction de plusieurs variables.

### d) Complément mathématique

#### • Dérivée d'une fonction d'une seule variable

La **dérivée**<sup>15</sup>  $y' = f'(x)$  de la fonction  $y = f(x)$  est définie comme<sup>16</sup> :

$$y' = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

Le calcul de la dérivée des fonctions usuelles d'une variable  $x$  est rappelé dans le tableau suivant :

Fonction	Dérivée	Fonction	Dérivée
$x$	1	$e^x$	$e^x$
$x^n$	$n x^{n-1}$	$\ln x$	$\frac{1}{x}$
$\sqrt{x}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$	$\cos x$	$-\sin x$
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$	$\sin x$	$\cos x$

Le calcul de la dérivée de fonctions composées  $u$  et  $v$  de la variable  $x$  est aussi rappelé dans le tableau suivant :

Fonction	Dérivée	Fonction	Dérivée
$u + v$	$u' + v'$	$u \times v$	$u v' + v u'$
$u - v$	$u' - v'$	$\frac{u}{v}$	$\frac{v u' - u v'}{v^2}$

#### • Dérivées partielles d'une fonction de plusieurs variables

La dérivée partielle d'une fonction  $y = f(x_1, x_2 \dots x_n)$  est la dérivée par rapport à l'une de ses variables, les

<sup>15</sup> Une **dérivée** est la limite du rapport de l'accroissement  $\Delta y$  de la fonction  $y$  à l'accroissement  $\Delta x$  de la variable  $x$ . Une **dérivée** est un **nombre**.

<sup>16</sup> **Géométriquement**, la dérivée  $y'$  représente le coefficient directeur de la **tangente à la courbe**  $y = f(x)$  calculée en un point  $x$  particulier de la courbe soit  $y' = \tan \alpha$ .

autres étant gardées constantes. Une fonction à  $n$  variables présente ainsi autant de dérivées partielles que de variables. On note ces dérivées partielles :

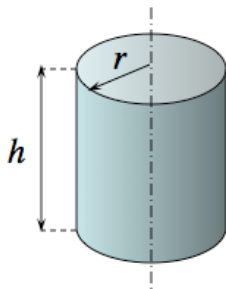
$$y'_{x_1}, y'_{x_2} \dots y'_{x_n} \text{ ou encore }^{17} \frac{\partial y}{\partial x_1}, \frac{\partial y}{\partial x_2}, \dots, \frac{\partial y}{\partial x_n}$$

Le calcul des dérivées partielles suit les mêmes règles que le calcul des dérivées des fonctions d'une variable.

### e) Calcul d'incertitude

- **Variation de volume d'un cylindre**

- Expression littérale :  $V = \pi r^2 h$
- Incertitude sur le volume  $\Delta V = ?$
- Dérivée partielle par rapport à  $r$  :



- Dérivée partielle par rapport à  $h$  :

- Exp littérale :  $\Delta V =$

- Application numérique :

$$r = 10 \pm 0,01 \text{ cm et } h = 20 \pm 0,02 \text{ cm}$$

$$\text{Valeur moyenne : } V =$$

$$\text{Incertitude sur } V : \Delta V =$$

- Résultat final :

### f) Règles d'arrondi

- **Arrondi arithmétique**

Prendre le dernier chiffre à conserver :

- l'augmenter d'une unité si le chiffre suivant est supérieur ou égal à 5,
- conserver ce chiffre si le chiffre suivant est inférieur à 5.

$$1,249 \text{ arrondi au dixième donne } 1,2$$

$$1,250 \text{ arrondi au dixième donne } 1,3$$

- **Arrondi au pair le plus proche ("arrondi bancaire")**

Cas où le chiffre suivant le dernier chiffre à conserver est égal à 5 :

<sup>17</sup> On prononce : *dé rond y* sur *dé rond x*...

- l'augmenter d'une unité si le chiffre précédent est impair,
- conserver ce chiffre si le chiffre précédent est pair.

3,035 arrondi au centième donne 3,04

3,085 arrondi au centième donne 3,08

Ces règles ont pour objectif de limiter l'accumulation d'erreurs lors de calculs successifs.

## g) Méthodologie

- Méthode générale en **quatre étapes** :

**1<sup>er</sup> étape : calcul littéral** de l'incertitude  $\Delta y$  de la grandeur  $y$  :

$$\Delta y = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial y}{\partial x_i} \right)^2 (\Delta x_i)^2}$$

**2<sup>e</sup> étape : Calcul numérique** de  $\Delta y$ , avec **un seul chiffre significatif** (ou deux au maximum selon les cas<sup>18</sup>), et arrondi par excès (majoration) :

Exemple : si  $\Delta y = 0,5292... \text{ S.I.}$  alors *majoration*  $\Delta y = 0,6 \text{ S.I.}$

**3<sup>e</sup> étape : Calcul numérique de la valeur moyenne de  $y$**  en harmonisant cette valeur par rapport au résultat du calcul d'incertitude (calculer éventuellement l'incertitude absolue à partir de l'incertitude relative) :

Exemple : si  $y = 19,2384... \text{ S.I.}$  alors *arrondi*  $y = 19,2 \text{ S.I.}$

**4<sup>e</sup> étape : Le résultat final** doit associer la valeur moyenne (unités) avec son incertitude (absolue ou/et relative) :

Exemple :  $y = 19,2 \pm 0,6 \text{ S.I.}$  ou  $y = 19,2 \text{ S.I. à } 3 \% \text{ près}$

## II.3. Incertitudes implicites

### a) Signification d'un résultat

L'incertitude sur la mesure des grandeurs physiques n'est pas toujours exprimée explicitement<sup>19</sup>. On considère alors que l'incertitude est inférieure à une demi-unité du dernier ordre exprimé<sup>20</sup>.

Ainsi, un temps de mesure noté 17,4 secondes signifie de façon implicite que :

$$17,35 \text{ s} \leq 17,4 \text{ s} \leq 17,45 \text{ s}$$

Lorsque la valeur d'une grandeur est le résultat de

<sup>18</sup> L'incertitude calculée  $\Delta y$  ne peut être plus précise (c'est-à-dire plus petite) que les incertitudes des mesures  $\Delta x_1, \Delta x_2, \dots$

<sup>19</sup> Il s'agit alors de garder un **esprit critique** et ne pas effectuer machinalement des calculs en oubliant qu'ils se rapportent à des mesures physiques entachées d'une certaine imprécision...

<sup>20</sup> Pour des valeurs comportant un ou plusieurs zéros (250 m, 180 000 V...), le dernier zéro risque de se voir attribuer une valeur significative qu'il n'a probablement pas. Il est alors conseillé d'utiliser la notation de puissance de dix ou d'avoir recours à un multiple de l'unité (0,25 km,  $1,8 \cdot 10^4 \text{ V}$ ...).

calculs arithmétiques, il convient de veiller à la cohérence du résultat et des mesures en arrondissant le résultat obtenu de façon rationnelle.

## b) Détermination du nombre de chiffres significatifs

- **Additions et soustractions**

Le résultat ne doit pas avoir plus de **décimales** que la mesure qui en compte le moins.

$$7,270\ 65 + 1,13 + 13,194 = 21,59\ 465 \text{ arrondi à } 21,59$$

- **Multiplications et divisions**

Le résultat ne doit pas avoir plus de **chiffres significatifs** que la mesure qui en compte le moins.

$$321,57 \times 14,1 = 4534,137 \text{ arrondi à } 4,53 \cdot 10^3$$

$$\sqrt{87,5} = 9,3541... \text{ arrondi à } 9,35$$

- **Précision des « constantes physiques »**

La précision des constantes physiques<sup>21</sup> doit être adaptée aux résultats des mesures : on prend habituellement  $(n+1)$  chiffres significatifs après la virgule.

$$4,5 \text{ (kg)} \times g = 4,5 \times 9,81 = 44,145 \text{ N arrondi à } 44 \text{ N}$$

$$3 \cdot 10^2 \text{ (kg)} \times g = 3 \cdot 10^2 \times 9,8 = 29,4 \cdot 10^2 \text{ arrondi à } 3 \cdot 10^3 \text{ N}$$

- **Coefficients numériques**

Le nombre de chiffres significatifs du résultat doit être le même que celui de la grandeur mesurée :

$$\frac{19,7}{3} = 6,5666... \approx \mathbf{6,57}$$

Les nombres irrationnels ( $\sqrt{2} \dots$ ) ou transcendants<sup>22</sup> ( $\pi$  ou  $e \dots$ ) doivent être considérés avec un nombre adéquat de décimales<sup>23</sup> :

$$3,14 \times 6,0 = 18,84 \approx \mathbf{19}$$

$$3,1416 \times 5,973 = 18,764\ 777 \approx \mathbf{18,76}$$

## c) Calculatrice

**Toujours ramener le nombre de chiffres significatifs du résultat au nombre de chiffres significatifs de la grandeur mesurée.**

Ne jamais donner de résultats numériques avec un trop grand nombre de chiffres significatifs : la valeur trouvée est alors parfaitement **illusoire** et passerait du même coup pour **ridicule**.

<sup>21</sup> Accélération de la pesanteur ( $g$ ), constante thermodynamique ( $R$ ), vitesse de la lumière dans le vide ( $c$ )...

<sup>22</sup> Nombres irrationnels non solutions d'une équation algébrique.

<sup>23</sup> Bien que leur valeur ne comporte aucune erreur expérimentale.

## d) Ordres de grandeur

### Quantités (sans dimension)

0	: « zéro »
$10^{-6}$	: 1 ppm (partie par million)
$2,4 \cdot 10^{-4}$	: chance d'obtenir un carré au poker
1	: unité
2	: premier nombre premier
3	: générations de matière (fermions)
4	: forces fondamentales (bosons)
12	: fermions (6 quarks + 6 leptons)
24	: lettres de l'alphabet latin
112	: nombre d'éléments connus (2010)
$6,6 \cdot 10^7$	: population française (2013)
$7 \cdot 10^9$	: population mondiale (2011)
$5 \cdot 10^{10}$	: nombre neurones cerveau humain
$10^{11}$	: nombre d'étoile de notre galaxie
$10^{14}$	: nombre de cellules du corps humain
$9,2 \cdot 10^{18}$	: nombre de grain de blé ( $2^{63}$ ) sur l'échiquier du vizir Sissa Ben Dahir
$6 \cdot 10^{23}$	: nombre d'Avogadro (1 mole)
$10^{24}$	: nombre d'étoiles de l'univers
$3 \cdot 10^{25}$	: nombre de molécules dans 1 litre d'eau
$10^{47}$	: nombre de molécules d'eau sur Terre
$10^{80}$	: nombre d'atomes dans l'univers
$10^{120}$	: nombre possible de parties d'échecs

### Distances (m)

$1,6 \cdot 10^{-35}$	: longueur de Planck
$10^{-18}$	: taille d'un quark
$10^{-15}$	: taille d'un proton
$10^{-14}$	: taille d'un noyau d'oxygène
$10^{-13}$	: longueur d'onde rayon $\gamma$
$10^{-11}$	: longueur d'onde rayons X
$10^{-10}$	: taille d'un atome d'hydrogène
$10^{-7}$	: brins d'ADN
$6 \cdot 10^{-7}$	: longueur d'onde visible (jaune)
$10^{-6}$	: taille d'une bactérie
$10^{-5}$	: taille d'un globule blanc (lymphocyte)
$10^{-5}$	: taille d'un cheveu
$10^{-2}$	: longueurs d'onde radar, micro-ondes
<b>1,75</b>	<b>: taille moyenne d'un homme</b>
$10^2$	: longueurs d'onde hertzienne (radio)
$8,8 \cdot 10^3$	: plus haut sommet terrestre (Everest)
$1,1 \cdot 10^4$	: plus profonde fosse océanique
$3 \cdot 10^4$	: épaisseur moyenne croûte terrestre
$3 \cdot 10^6$	: grande muraille de Chine
$3,5 \cdot 10^6$	: diamètre lunaire
$1,28 \cdot 10^7$	: circonférence terrestre
$7,4 \cdot 10^7$	: chaîne volcanique médio-océanique
$3,8 \cdot 10^8$	: distance Terre-Lune
$1,4 \cdot 10^9$	: diamètre du Soleil
$1,5 \cdot 10^{11}$	: distance Terre-Soleil
$10^{13}$	: taille du système solaire
$9,5 \cdot 10^{15}$	: année-lumière
$4 \cdot 10^{16}$	: étoile la plus proche du Soleil

$1,4 \cdot 10^{19}$	: taille de notre galaxie
$2,2 \cdot 10^{22}$	: distance à la galaxie d'Andromède
$1,3 \cdot 10^{26}$	: taille de l'univers observable

### Temps (s)

$5,3 \cdot 10^{-44}$	: temps de Planck
$10^{-14}$	: précision dans les mesures du temps
$3 \cdot 10^{-9}$	: la lumière parcourt 1 mètre
$6 \cdot 10^{-5}$	: allongement du jour (effet des marées)
$10^{-4}$	: demi-vie de l'élément 110
1	: temps entre deux battements du cœur
$5 \cdot 10^3$	: période satellite à 100 km d'altitude
$8,6 \cdot 10^4$	: période de rotation de la Terre (1 jour)
$3,15 \cdot 10^7$	: période de révolution de la Terre (1 an)
<b><math>2,5 \cdot 10^9</math></b>	<b>: vie humaine</b>
$6,3 \cdot 10^{10}$	: durée de l'ère chrétienne (2000 ans)
$1,8 \cdot 10^{11}$	: demi-vie du carbone 14 (5700 ans)
$4 \cdot 10^{12}$	: âge de l'Homme moderne ( $10^5$ ans)
$6 \cdot 10^{13}$	: ère quaternaire (2 Ma)
$2 \cdot 10^{15}$	: ère tertiaire (63 Ma)
$5,4 \cdot 10^{15}$	: ère secondaire (180 Ma)
$8,5 \cdot 10^{15}$	: ère primaire (285 Ma)
$2 \cdot 10^{16}$	: demi-vie de l'uranium 235 ( $7 \cdot 10^8$ ans)
$1,5 \cdot 10^{17}$	: âge du système solaire (et de la Terre)
$5 \cdot 10^{17}$	: âge de l'univers ( $15 \cdot 10^9$ ans)
$1,5 \cdot 10^{18}$	: demi-vie du rubidium 87

### Vitesses (m/s)

$10^{-9}$	: vitesse de dérive des continents
$3 \cdot 10^{-5}$	: déplacement de la Mer de Glace
$1,4 \cdot 10^{-3}$	: vitesse d'un escargot (5 m/h)
0,2	: chute d'un flocon de neige
<b>1,2</b>	<b>: marche d'un homme</b>
36	: vitesse maximale sur autoroute
340	: vitesse du son dans l'air
800	: balle de fusil
$1,5 \cdot 10^3$	: vitesse du son dans l'eau
$3,6 \cdot 10^3$	: ondes sismiques
$5 \cdot 10^3$	: vitesse du son dans l'acier
$1,1 \cdot 10^4$	: vitesse de libération de la Terre
$3 \cdot 10^4$	: vitesse orbital de la Terre
$4,5 \cdot 10^5$	: vitesse du vent solaire
$3 \cdot 10^8$	: vitesse de la lumière

### Masses (kg)

0	: masse du photon
$3,6 \cdot 10^{-36}$	: masse du neutrino
$9 \cdot 10^{-31}$	: masse d'un électron
$1,7 \cdot 10^{-27}$	: masse d'un atome d'hydrogène
$3 \cdot 10^{-26}$	: masse d'une molécule d'eau
$5 \cdot 10^{-5}$	: goutte d'eau
$10^{-3}$	: 1 millilitre d'eau
<b>70</b>	<b>: masse d'un homme</b>
$3 \cdot 10^4$	: masse d'un éléphant
$10^5$	: masse d'une baleine bleue
$6 \cdot 10^9$	: grande pyramide de Chéops

$2,6 \cdot 10^{14}$	: consommation journalière du Soleil en hydrogène
$8 \cdot 10^{18}$	: réserve d'eau douce terrestre
$3 \cdot 10^{19}$	: masse de glace des calottes polaires
$10^{19}$	: masse de l'atmosphère terrestre
$5 \cdot 10^{19}$	: masse de sels océaniques
$1,4 \cdot 10^{21}$	: masse eau océanique
$7,3 \cdot 10^{22}$	: masse de la Lune
$6 \cdot 10^{24}$	: masse de la Terre
$2 \cdot 10^{27}$	: masse de Jupiter
$2 \cdot 10^{30}$	: masse du Soleil
$2 \cdot 10^{42}$	: masse de la Voie Lactée
$2 \cdot 10^{46}$	: superamas de la Vierge

### Températures (K)

0	: inaccessible ( $3^e$ principe thermodyn.)
$2 \cdot 10^{-8}$	: record (universel?) de froid (1984)
2,7	: température de l'espace intergalactique
50	: température sur Pluton
77	: ébullition de l'azote liquide
195	: plus basse température (Antarctique)
<b>288</b>	<b>: la vie sur la Terre</b>
350	: plus haute température (Hoggar)
730	: température à la surface de Vénus
$1,8 \cdot 10^3$	: fusion du fer
$3,1 \cdot 10^3$	: ébullition du fer
$5 \cdot 10^3$	: température au centre de la Terre
$6 \cdot 10^3$	: température superficielle du Soleil
$1,5 \cdot 10^7$	: température au centre du Soleil
$10^8$	: au centre d'une géante rouge
$10^{11}$	: supernova (étoile à neutrons)
$10^{26}$	: température $10^{-32}$ s après le Big Bang
$10^{32}$	: température $10^{-44}$ s après le Big Bang <sup>24</sup>

### Pressions (Pa)

$10^{-14}$	: espace interplanétaire
$10^{-11}$	: ultra vide ( $3 \cdot 10^{-6}$ molécules / m <sup>3</sup> )
$10^{-5}$	: onde sonore à la limite de l'audition
$10^{-4}$	: vide poussé ( $3 \cdot 10^6$ molécules / m <sup>3</sup> )
1	: sous les pattes d'une araignée d'eau
30	: onde sonore seuil de douleur (120 dB)
$5 \cdot 10^3$	: pression dans une ampoule électrique
$10^4$	: pression artérielle chez l'Homme
$4 \cdot 10^4$	: pression air au sommet de l'Everest
<b><math>10^5</math></b>	<b>: pression atmosphérique (niveau mer)</b>
$10^7$	: bouteille de plongée sous marine pleine
$10^8$	: fosses océaniques les plus profondes
$3 \cdot 10^9$	: congélation de l'eau à 100°C
$1,7 \cdot 10^{11}$	: cellule à enclumes diamant
$3,6 \cdot 10^{11}$	: pression au centre de la Terre
$3,5 \cdot 10^{16}$	: pression au centre du soleil
$10^{23}$	: pression au centre d'une naine blanche
$1,5 \cdot 10^{34}$	: au centre d'une étoile à neutrons

### Énergies (J)

$6 \cdot 10^{-21}$	: agitation thermique particule à 300 K
$1,6 \cdot 10^{-19}$	: électron-volt
$1,5 \cdot 10^{-10}$	: énergie de masse atome hydrogène
1	: un battement cardiaque
$10^2$	: chute masse 1 kg de 10 m de haut
$2 \cdot 10^3$	: énergie musculaire montée d'un étage
$3,3 \cdot 10^5$	: chauffage 1 litre d'eau de 20 à 100°C
$7 \cdot 10^6$	: explosion 1 kg TNT (trinitrotoluène)
$10^7$	: ration alimentaire journalière (homme)
$1,5 \cdot 10^9$	: énergie d'un éclair
$2,6 \cdot 10^{10}$	: combustion d'une tonne de charbon
$4,2 \cdot 10^{10}$	: combustion d'une tonne de pétrole
$6 \cdot 10^{13}$	: bombe A (Hiroshima, 14 kt)
$10^{17}$	: bombe H de 10 Mt
$1,7 \cdot 10^{18}$	: explosion volcanique (St Helens 1980)
$10^{21}$	: consommation mondiale annuelle d'énergie primaire (2010)
$1,4 \cdot 10^{21}$	: flux annuel géothermique terrestre
$7 \cdot 10^{24}$	: flux annuel chaleur solaire capté par la Terre
$1,2 \cdot 10^{33}$	: énergie annuelle rayonnée par le Soleil
$10^{44}$	: explosion d'une supernova

### Puissances (W)

$10^{-6}$	: montre à quartz
1	: cœur
30	: cerveau humain
100	: ampoule électrique ordinaire
120	: montée d'escalier (1 marche / s)
$10^5$	: voiture automobile
$5 \cdot 10^5$	: éolienne (40 m diamètre, vent 43 km/h)
$4,5 \cdot 10^6$	: rame moderne de métro
$7,4 \cdot 10^6$	: rame de TGV (atlantique)
$8,2 \cdot 10^6$	: ordinateur Titan (Cray 2012)
$4,5 \cdot 10^8$	: Concorde (vol horizontal 2100 km/h)
$6 \cdot 10^8$	: centrale thermique
$10^9$	: tranche centrale nucléaire
$3,5 \cdot 10^9$	: moteur Ariane V
$1,8 \cdot 10^{10}$	: barrage Trois-Gorges en Chine
$1,7 \cdot 10^{12}$	: consommation électricité mondiale (2001)
$10^{13}$	: flux géothermique terrestre
$10^{14}$	: cyclone tropical
$1,7 \cdot 10^{17}$	: flux héliothermique capté par la Terre
$4 \cdot 10^{26}$	: puissance rayonnée par le Soleil
$10^{40}$	: trou noir galactique

<sup>24</sup> L'univers a la taille de Planck.